ESC/EFT/IG/EI SD/SED teste em 8.5.1999

- Sem consulta e sem calculadora.
- Tempo: 120 + 15 minutos.

1. Faça uma tabela dos números +1429 e 1429 nos formatos SM, compl p/ 1 e compl p/ 2, em 12 bits. Dos códigos compl p/ 2, dê também os códigos octais e hexadecimais.

2. Mostre quatro maneiras para conversão do número decimal 110 para binário.

3. Faça em binário: 13.3125 x 2.625 - 32.0078125.

4. Simplifique algebricamente a função $F = ab\bar{c} + abc\bar{d} + a\bar{c}d + a\bar{b}\bar{c} + \bar{a}bcd$.

5. Simplifique a função $F(x_4 \dots x_0) = \sum(1, 4, 5, 13, 19, 20, 21, 25, 29, 30, \underline{2}, \underline{9}, \underline{12}, \underline{14}, \underline{17}, \underline{27})$, sendo x_4 a variável mais significativa.

6. Dada a função $F = cd + abc\bar{d} + ab + ab\bar{c}$, qual a função *simplificada mais simples*, SOP ou POS? Desenhe os dois circuitos destes funções com portas NAND (caso SOP) e com portas NOR (caso POS)

7. Desenhe o circuito mais simples para determinar a parte inteira da raíz quadrada de um número binário: $Z = \mathrm{int}(\sqrt{A})$. $A = a_4 \dots a_0$, com a_4 o bit mais significativo, e $Z = z_2 \dots z_0$, com z_2 o bit mais significativo. A raíz quadrada de zero não existe, mas o circuito tem mais uma saída chamada ZERO para indicar $A = 0$: ZERO=1 quando $A = 0$.

8. Desenhe o circuito de um contador binário incremental, síncrono; mod 8, utilizando três FFs do tipo SR com entrada clock.

Boa sorte!

SISTEMAS DIGITAIS (SD-SED)

TESTE 8.5.1999 – SOLUÇÃO

1.) Por facilidade de cálculo, conversão de decimal para base 8 pelo método das divisões sucessivas

$$
\begin{array}{l}
1429 \div 8 = 178,\ \text{resto } 5 \\
178 \div 8 = 22,\ \text{resto } 2 \\
22 \div 8 = 2,\ \text{resto } 6 \\
2 \div 8 = 0,\ \text{resto } 2
\end{array}
$$

(1429, 62, 69, ⑤; 178, 18, ②; 22, ⑥; 2, ②; 0)

↑ dígito mais significativo

$$(1429)_{10} = (2\,6\,2\,5)_8 = (\underbrace{010\,1}_{5}\underbrace{10\,01}_{9}\underbrace{0\,101}_{5})_2 = (5\ 9\ 5)_{16}$$

010 110 010 101

DEC	Sinal-magnitude	C1	C2	OCT	HEX
+1429	010110010101	010110010101	010110010101	2625	595
-1429	110110010101	101001101010	101001101011	5153	A6B

↑ bit de sinal

$$
\begin{array}{r}
101001101010 \\
+\ 1 \\
\hline
101001101011
\end{array}
$$

$$(\overbrace{101}^{5}\,\overbrace{001}^{1}\,\overbrace{101}^{5}\,\overbrace{011}^{3})_2 = (\underbrace{1010}_{A}\,\underbrace{0110}_{6}\,\underbrace{1011}_{B})_2$$

2) a) conversão intermédia para base 16

$$
\begin{array}{l}
110 \div 16 = 6,\ \text{resto } 14 \\
6 \div 16 = 0,\ \text{resto } 6
\end{array}
$$

$$110_{10} \rightarrow 6\,E_{16} \rightarrow 0110\ 1110_2$$

b) conversão intermédia para base 8

$$
\begin{array}{l}
110 \div 8 = 13,\ \text{resto } 6 \\
13 \div 8 = 1,\ \text{resto } 5 \\
1 \div 8 = 0,\ \text{resto } 1
\end{array}
$$

$$110_{10} \rightarrow 156_8 \rightarrow 001\ 101\ 110_2$$

2 c) conversão intermédia para base 4

110 | 4
30 27 | 4
2 3 6 | 4
2 1 | 4
1 0

$110_{10} \rightarrow 1232_4 \rightarrow 01\,10\,11\,10_2$

2 d) conversão directa para base 2

110 | 2
10 55 | 2
0 15 27 | 2
LSB 1 07 13 | 2
1 1 6 | 2
0 3 | 2
1 1 | 2
1 0
MSB

$110_{10} \rightarrow 1101110_2$

3) Conversão para binário:

$13.3125_{10} = 1101.010\cancel{100}$

0.3125
$\times 8$
2.5000 $\quad 2_8 \rightarrow 010_2$
$\times 8$
4.0000 $\quad 4_8 \rightarrow 100_2$

$2.625 = 10.101$

0.625
$\times 8$
5.000 $\quad 5_8 \rightarrow 101_2$

32.0078125 = 100000.000 0001~~00~~

32 | 8
(0) 4 | 8
(4) 0

$32_{10} \to 40_8$

0.0078125
× 8
0.|0625000
× 8
0.|5000
× 8
4.|0

$\longrightarrow 0.0078125_{10} = 0.004_8$

<u>Multiplicação:</u>

(com somas parciais)

```
            1101.0101
          ×   10.101
          -----------
            11010101
        +  11010101
        -------------
         1000010100 1
     +  11010101
     ----------------
     100010.1111001
```

<u>Subtracção</u>

```
     100010.1111001
   - 100000.0000001
   ----------------
     000010.1111000
```

4) $F = ab\bar{c} + abc\bar{d} + \bar{a}\bar{c}d + a\bar{b}\bar{c} + a\bar{b}c\bar{d}$

Primeiro <u>dar uma "olhada"</u> no mapa de Karnaugh!

$$F = ab\bar{c}(d+\bar{d}) + abc\bar{d} + \bar{a}(b+\bar{b})\bar{c}d$$

$$+ a\bar{b}\bar{c}(d+\bar{d}) + a\bar{b}c\bar{d} =$$

$$= \underset{13}{ab\bar{c}d} + \underset{12}{ab\bar{c}\bar{d}} + \underset{14}{abc\bar{d}} + \underset{5}{\bar{a}b\bar{c}d} + \underset{1}{\bar{a}\bar{b}\bar{c}d}$$

$$+ \underset{9}{a\bar{b}\bar{c}d} + \underset{8}{a\bar{b}\bar{c}\bar{d}} + \underset{10}{a\bar{b}c\bar{d}}$$

$$= \sum m(13, 12, 14, 5, 1, 9, 8, 10)$$

ab \ cd	00	01	11	10
00	$_{0}$	1_{1}	$_{3}$	$_{2}$
01	$_{4}$	1_{5}	$_{7}$	$_{6}$
11	1_{12}	1_{13}	$_{15}$	1_{14}
10	1_{8}	1_{9}	$_{11}$	1_{10}

Função mais simples

$F = a\bar{d} + \bar{c}d$

Agora <u>algébricamente</u>

$$F = \underbrace{ab\bar{c}}_{1} + \overbrace{abc\bar{d}}^{2} + \bar{a}\bar{c}d + \underbrace{a\bar{b}\bar{c}}_{1} + \overbrace{a\bar{b}c\bar{d}}^{2}$$

$$= a(\underbrace{b+\bar{b}}_{=1})\bar{c} + a(\underbrace{b+\bar{b}}_{=1})c\bar{d} + \bar{a}\bar{c}d$$

$$= a\bar{c} + ac\bar{d} + \bar{a}\bar{c}d$$

$$= a\bar{c}(d+\bar{d}) + ac\bar{d} + \bar{a}\bar{c}d$$

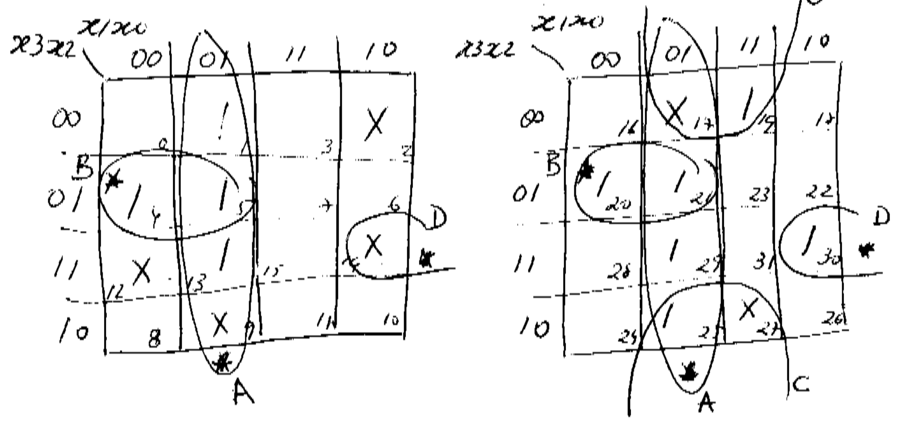
$$= \underbrace{a\bar{c}d}_{1} + \overbrace{a\bar{c}\bar{d}}^{2} + \overbrace{ac\bar{d}}^{2} + \underbrace{\bar{a}\bar{c}d}_{1}$$

$$= (a+\bar{a})\bar{c}d + a(c+\bar{c})\bar{d}$$

$$= \bar{c}d + a\bar{d}$$

5)

$x_4 = 0$ $\qquad\qquad$ $x_4 = 1$



$A = \bar{x}_1 x_0$

$B = \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1$

$C = x_4 \bar{x}_2 x_0$

$D = x_3 x_2 x_1 \bar{x}_0$

$F = \bar{x}_1 x_0 + \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 + x_4 \bar{x}_2 x_0$

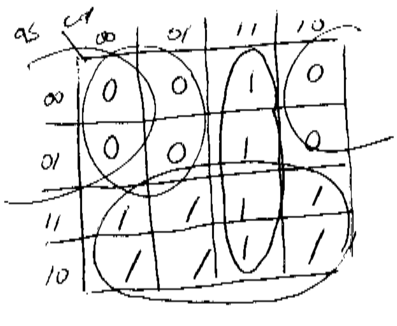
$+ x_3 x_2 x_1 \bar{x}_0$

NOTA: ESTA É UMA DE VÁRIAS SOLUÇÕES LÓGICAMENTE EQUIVALENTES

6)

$F = cd + a\bar{b}c\bar{d} + ab + a\bar{b}\bar{c}$

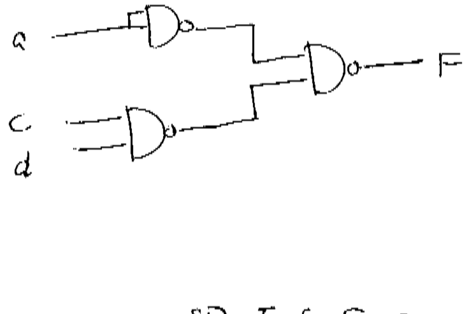
$F = (a+\bar{a})(b+\bar{b})cd + a\bar{b}c\bar{d} + ab(c+\bar{c})(d+\bar{d})$
$+ a\bar{b}\bar{c}(d+\bar{d})$



$F = a + cd$ $\quad$ SOP

$\bar{\bar{F}} = \overline{\overline{a + cd}}$

$F = \overline{\bar{a} \cdot \overline{cd}}$ $\quad$ NANDS



6) Continuação

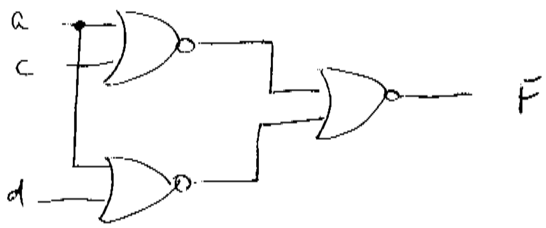
$$\overline{F} = \bar{a}\,\bar{c} + \bar{a}\,\bar{d}$$

$$\overline{\overline{F}} = \overline{\bar{a}\,\bar{c} + \bar{a}\,\bar{d}} = \overline{\bar{a}\cdot\bar{c}} \cdot \overline{\bar{a}\cdot\bar{d}}$$

$$F = (a+c)\cdot(a+d) \qquad \text{POS}$$

$$\overline{\overline{F}} = \overline{\overline{(a+c)\cdot(a+d)}}$$

$$= \overline{\overline{(a+c)} + \overline{(a+d)}} \qquad \text{NORs}$$



Conclusão: grau de dificuldade <u>idêntico</u>: 3 portas NAND de 2 entradas <u>ou</u> 3 portas NOR de 2 entradas

7)

		Z2	Z1	Z0	ZERO
$\sqrt{\phi}$	n definida	X	X	X	1
$Int(\sqrt{1 \ldots 3})$	= 1	0	0	1	0
$Int(\sqrt{4 \ldots 8})$	= 2	0	1	0	0
$Int(\sqrt{9 \ldots 15})$	= 3	0	1	1	0
$Int(\sqrt{16 \ldots 24})$	= 4	1	0	0	0
$Int(\sqrt{25 \ldots 31})$	= 5	1	0	1	0

7) Simplificação de Z2

$a_4 = 0$

a_3a_2 \ a_1a_0				
	X	0	0	0
	0	0	0	0
	0	0	0	0
	0	0	0	0

$a_4 = 1$

a_3a_2 \ a_1a_0				
	1	1	1	1
	1	1	1	1
	1	1	1	1
	1	1	1	1

$\boxed{Z2 = a_4}$

Simplificação de Z1

$a_4 = 0$

a_3a_2 \ a_1a_0	00	01	11	10
00	X_0	0_1	0_3	0_2
01	1_4	1_5	1_7	1_6
11	1_{12}	1_{13}	1_{15}	1_{14}
10	1_8	1_9	1_{11}	1_{10}

$a_4 = 1$

a_3a_2 \ a_1a_0	00	01	11	10
00	0_{16}	0_{17}	0_{19}	0_{18}
01	0_{20}	0_{21}	0_{23}	0_{22}
11	0_{28}	0_{29}	0_{31}	0_{33}
10	0_{24}	0_{25}	0_{27}	0_{26}

$Z1 = a_2 + a_3$

Simplificação de Z0

$\overline{a_4}$

a_3a_2 \ a_1a_0	00	01	11	10
00	X	1	1	1
01	0	0	0	0
11	1	1	1	1
10	0	1	1	1

A B D C

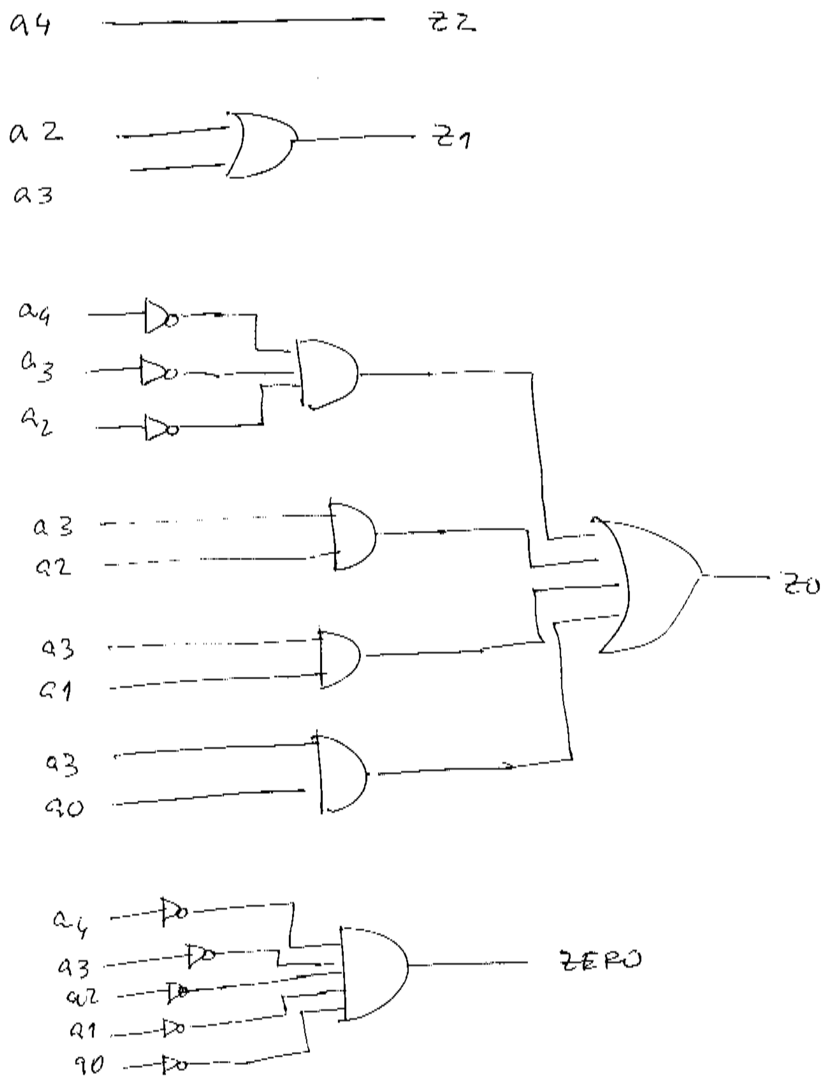
a_4

a_3a_2 \ a_1a_0	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	1	1	1	1
10	0	1	1	1

B D C

$Z0 = \overline{a_4}\,\overline{a_3}\,\overline{a_2} + a_3a_2 + a_3a_1 + a_3a_0$

7)



1.

g)

estado presente (n)			estado seguinte (n+1)			presente					
Q2	Q1	Q0	Q2	Q1	Q0	S2	R2	S1	R1	S0	R0
0	0	0	0	0	1	0	X	0	X	1	0
0	0	1	0	1	0	0	X	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1	0	X	X	0	1	0
0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	X	0	0	X	1	0
1	0	1	1	1	0	X	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1	X	0	X	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1

TABELA DE ESTADOS

TAB EXCITAÇÃO

FLIP-FLOP SR

Pres. Q_n	Seg. Q_{n+1}	presente S_n	R_n
0	0	0	X
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	X	0

Q2 \ Q1Q0	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	X	X	0	X

$S2 = \overline{Q2}\,Q1\,Q0$

Q2 \ Q1Q0	00	01	11	10
0	X	X	0	X
1	0	0	1	0

$R2 = Q2\,Q1\,Q0$

Q2 \ Q1Q0				
	0	1	0	X
	0	1	0	X

$S1 = \overline{Q1}\,Q0$

Q2 \ Q1Q0				
	X	0	1	0
	X	0	1	0

$R1 = Q1\,Q0$

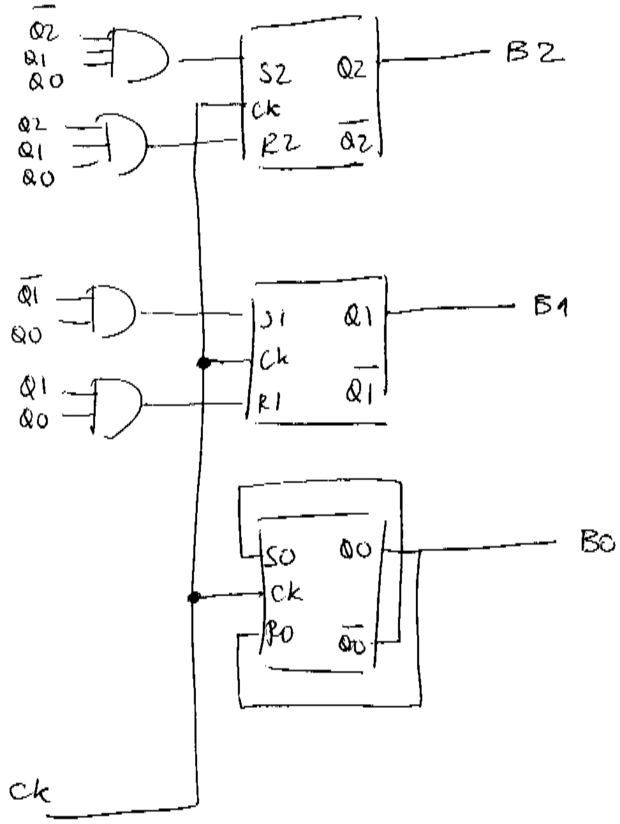
Q2 \ Q1Q0				
	1	0	0	1
	1	0	0	1

$S0 = \overline{Q0}$

Q2 \ Q1Q0				
	0	1	1	0
	0	1	1	0

$R0 = Q0$

γ)


$\overline{Q2}$
Q1
Q0
Q2
Q1
Q0
S2
Ck
R2
$Q2$
$\overline{Q2}$
B2
$\overline{Q1}$
Q0
Q1
Q0
J1
Ck
K1
Q1
$\overline{Q1}$
B1
S0
Ck
R0
Q0
$\overline{Q0}$
B0
Ck

SD 8.5.99 10