

SIMPLIFICAÇÃO DE FUNÇÕES LÓGICAS - MAPA DE KARNAUGH

1. Encontre as expressões SOP mínimas para as funções lógicas seguintes

$$(a) f(A, B, C, D) = \sum (1, 3, 5, 7, 8, 10, 12)$$

$$(b) f(A, B, C) = \sum (0, 1, 3, 4, 6, 7)$$

$$(c) f(A, B, C, D, E) = \sum (0, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 15, 16, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 28, 29, 30, 31)$$

2. Encontre as expressões POS (Produto de Somas) mínimas para as funções lógicas seguintes

$$(a) f(A, B, C) = \sum (0, 1, 2, 5, 7)$$

$$(b) f(A, B, C, D) = \sum (0, 1, 9, 10, 11)$$

$$(c) f(A, B, C, D, E) = \sum (1, 2, 5, 6, 10, 11, 14, 15, 16, 17, 20, 21)$$

3. Simplifique as funções lógicas seguintes, usando os termos indiferentes ("don't care") como melhor convier

$$(a) f(A, B, C) = \sum (3, 5, \underline{0}, \underline{7})$$

$$(b) f(A, B, C, D) = \sum (1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, \underline{9}, \underline{12}, \underline{15})$$

4. Encontre as expressões SOP mínimas para a função lógica

$$(a) f(A, B, C, D) = \prod (0, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)$$

$$(b) f(A, B, C, D, E) = \prod (1, 2, 5, 8, 9, 11, 12, 15, 17, 19, 21, 23, 24, 25, 28, 29, 30, 31, \underline{0}, \underline{7}, \underline{10}, \underline{14}, \underline{16}, \underline{18}, \underline{26}, \underline{27})$$

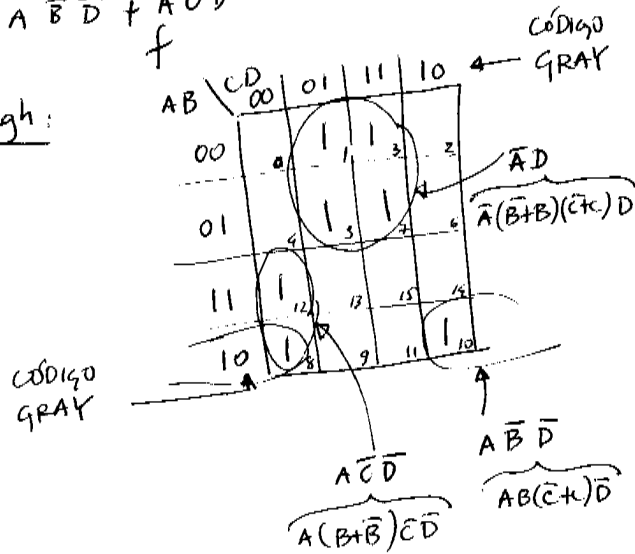
5. Numa comissão composta por 3 membros, cada membro tem direito a votar a favor ou contra as propostas apresentadas (a ausência não é permitida). Encontre uma função lógica minimizada na forma SOP (Soma de Produtos) que assume o valor 1 (é verdadeira) sempre que uma proposta é aprovada por maioria. Implemente a função com portas NAND.
6. Um circuito lógico tem 4 entradas, I_3, I_2, I_1, I_0 e duas saídas O_1, O_0 . O estado das saídas indica qual das entradas tem o valor 1 (exemplo, se é $I_3=1$ então $O_1 O_0 = 11$). No caso de mais do que uma entrada assumir simultaneamente o valor 1, as saídas correspondem à entrada de maior importância (I_3 mais importante, I_0 menos importante). Pelo menos uma entrada assume o valor 1. Implemente uma realização mínima do circuito com portas NAND.

SISTEMAS DIGITAIS - SOLUÇÃO DA FOLHA 4
SIMPLIFICAÇÃO DE FUNÇÕES LÓGICAS COM MAPAS DE KARNAUGH

Mapa de Karnaugh - representação gráfica da tabela de verdade de uma função lógica. Permite minimizar em SOP (POS) por aplicação intensiva dos teoremas $A + \bar{A} = 1$ e $A + A = A$

$$\begin{aligned}
 \text{1(a)} \quad f(A,B,C,D) &= \sum(1, 3, 5, 7, 8, 10, 12) = \overline{A} \overline{B} \overline{C} D + \overline{A} \overline{B} C \overline{D} + \\
 &+ \overline{A} B \overline{C} D + \overline{A} B C \overline{D} + \overline{A} B C D + \overline{A} B \overline{C} \overline{D} + \overline{A} B C \overline{D} + \overline{A} B C D \\
 &= \overline{A} \overline{B} (\overline{C} + C) D + \overline{A} B (\overline{C} + C) D + \overline{A} \overline{B} (\overline{C} + C) \overline{D} \\
 &+ \overline{A} B (\overline{C} + C) \overline{D} \\
 &= \overline{A} \overline{B} D + \overline{A} B D + \overline{A} \overline{B} \overline{D} + \overline{A} B \overline{D} \\
 &= \overline{A} (\overline{B} + B) D + \overline{A} \overline{B} \overline{D} + \overline{A} B \overline{D} \\
 &= \overline{A} D + \overline{A} \overline{B} \overline{D} + \overline{A} B \overline{D}
 \end{aligned}$$

Mapa de Karnaugh:



(15)

$$f(A, B, C) = \sum (0, 1, 3, 4, 6, 7)$$

f	BC			
A	00	01	11	10
0	1	1	1	
1	1		1	1

$$f = (\bar{A} + A)\bar{B}\bar{C} + \bar{A}(\bar{B} + B)C + AB(C + \bar{C})$$

$$f = \bar{B}\bar{C} + \bar{A}C + AB$$

(16) f

		CDE				CÓDIGO GRAY			
AB		000	001	011	010	110	111	101	100
00	1	1	*			1	1	*	
01	1	1		1		1			
11	1	1				1	1	1	1
10	1					1	1	1	1

* por simetria

$$f = \bar{C}\bar{D}\bar{E} + \bar{A}\bar{C}\bar{D} + B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}E + \bar{A}\bar{B}\bar{C}E + A\bar{C} + CDE + \bar{B}\bar{C}D + \bar{B}CE$$

2.

(a) $f(A, B, C) = \sum (0, 1, 2, 5, 7)$

	BC			
A	00	01	11	10
0	1	1	0	1
1	0	1	1	0

$$\bar{f} = A\bar{C} + \bar{A}BC$$

$$\bar{\bar{f}} = \overline{A\bar{C} + \bar{A}BC}$$

$$f = \overline{A\bar{C}} \cdot \overline{\bar{A}BC}$$

$$f = (\bar{A} + C) \cdot (A + \bar{B} + \bar{C})$$

(b) $f(A, B, C, D) = \sum (0, 1, 9, 10, 11)$

	CD			
AB	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	1	1	1

$$\bar{f} = B + \bar{A}C + A\bar{C}\bar{D}$$

$$\bar{\bar{f}} = \overline{B + \bar{A}C + A\bar{C}\bar{D}}$$

$$f = \bar{B} \cdot \overline{\bar{A}C} \cdot \overline{A\bar{C}\bar{D}}$$

$$f = \bar{B} \cdot (A + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + C + D)$$

(c) $f(A, B, C, D, E) = \sum (1, 2, 5, 6, 10, 11, 14, 15, 16, 17, 20, 21)$

	CDE							
AB	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	1	0	1	1	0	1	0
01	0	0	1	1	1	1	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0
10	1	1	0	0	0	0	1	1

$$\bar{f} = AD + B\bar{D} + AB + \bar{B}DE + \bar{A}\bar{D}\bar{E}$$

$$\bar{\bar{f}} = \overline{AD + B\bar{D} + AB + \bar{B}DE + \bar{A}\bar{D}\bar{E}}$$

2(c) Continuação,

$$f = \overline{A}D \cdot \overline{B}\overline{D} \cdot \overline{A}B \cdot \overline{B}DE \cdot \overline{A}\overline{D}\overline{E}$$

$$f = (\overline{A} + \overline{D}) \cdot (\overline{B} + D) \cdot (\overline{A} + \overline{B}) \cdot (B + \overline{D} + \overline{E}) \cdot (A + D + E)$$

3(a)

A \ BC	00	01	11	10
0	X		1	
1		1	X	

$$f(A, B, C) = \sum (3, 5, 0, 7)$$

$$f = BC + AC$$

$$3(b) f(A, B, C, D) = \sum (1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 9, 12, 15)$$

AB \ CD	00	01	11	10
00		1	1	1
01		1	1	1
11	X		X	
10		X	1	1

$$f = CD + \overline{A}C + \overline{A}D + A\overline{B}C$$

$$4(a) f(A, B, C, D) = \prod (0, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)$$

$$f = (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + D) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + C + \overline{D})$$

$$\cdot (\overline{A} + \overline{B} + C + D) \cdot (A + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D}) \cdot (A + \overline{B} + \overline{C} + D) \cdot (A + \overline{B} + C + \overline{D})$$

(Lei de De Morgan)

$$\overline{f} = ABCD + A\overline{B}CD + A\overline{B}C\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}D$$

$$+ A\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}BCD + \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D$$

4(a) Continuação

$$\bar{f} = \sum (15, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5)$$

Notar que

$$\bar{f} = \sum_i (15 - M_i)$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	0	0	0
11	1	1	0	1
10	0	0	0	0

$$f = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{D}$$

4(b) $\bar{f} = \sum_i (31 - M_i) = \sum (30, 29, 26, 23, 22, 20, 19, 16, 14, 12, 10, 8, 7, 6, 3; 2, 1, 0, 25, 24, 21, 17, 15, 13, 5, 4)$

SIMETRIA ↷

B \ ODE	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	0	0	0	0	0	X	X
01	0	1*	1*	0	0	X*	X*	0
11	X	X	1	0	0	1	0	1
10	0	X	0	1	0	0	X	0

$$f(A, B, C, D, E) = \bar{A}BE + BDE + A\bar{B}\bar{D}\bar{E} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D}\bar{E}$$

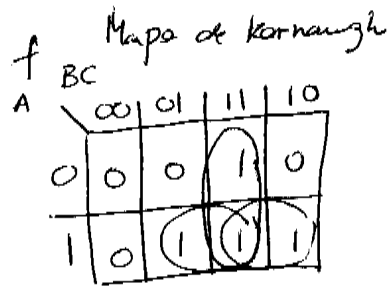
* POR SIMETRIA

SD F6

6

5) Tabela de Verdade

A	B	C	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

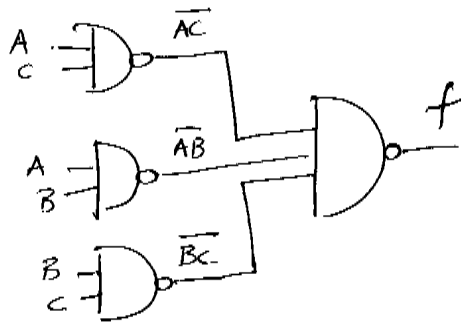


$$f = AC + AB + BC$$

$$\bar{f} = \overline{(AC + AB + BC)}$$

$$f = \overline{\overline{AC} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC}}$$

Implementação com portas NAND

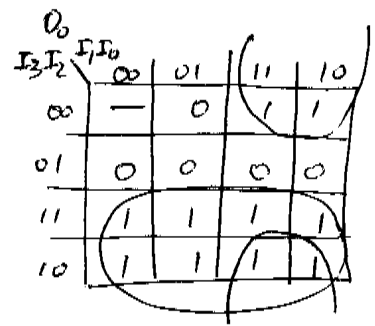
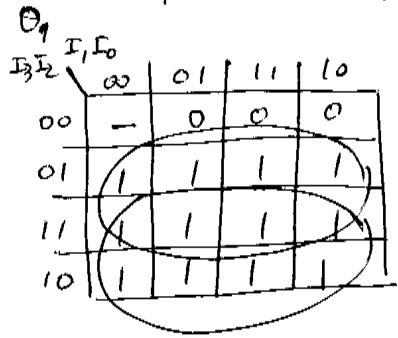
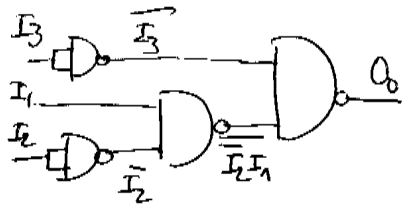
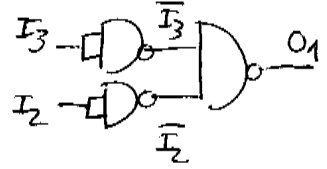


6)

6.

m_i	I_3	I_2	I_1	I_0	O_1	O_0
0	0	0	0	0	—	—
1	0	0	0	1	0	0
2	0	0	1	0	0	1
3	0	0	1	1	0	1
4	0	1	0	0	1	0
5	0	1	0	1	1	0
6	0	1	1	0	1	0
7	0	1	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1	1
9	1	0	0	1	1	1
10	1	0	1	0	1	1
11	1	0	1	1	1	1
12	1	1	0	0	1	1
13	1	1	0	1	1	1
14	1	1	1	0	1	1
15	1	1	1	1	1	1

Não permitido



$$O_1 = I_3 + I_2$$

$$\overline{O_1} = \overline{I_3 + I_2}$$

$$= \overline{I_3} \cdot \overline{I_2}$$

$$O_0 = I_3 + \overline{I_2} I_1$$

$$\overline{O_0} = \overline{I_3 + \overline{I_2} I_1}$$

$$= \overline{I_3} \cdot \overline{\overline{I_2} I_1}$$

SD F4