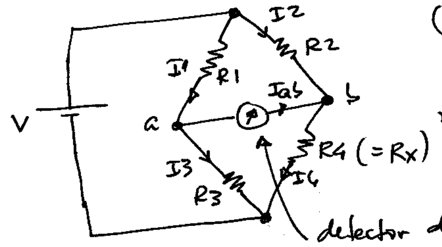
INSTRUMENTAÇÃO

AULA 1 – PONTES

pontes – forma de fazer medidas comparativas
– medições de R, L, C com grande precisão (0.1% erro)
– precisão independente da calibração do detector de zero

PONTE DE WHEATSTONE



$\boxed{\text{em equilíbrio:}}$ $V_a = V_b$, $I_{ab} = 0$

$V_a = V_b$

$(V_a =)\ V - I_1 R_1 = V - I_2 R_2 \ (= V_B)$

$I_3 R_3 = I_4 R_4$

mas $I_3 = I_1$ e $I_4 = I_2$ pq $I_{ab} = 0$

$I_1 R_3 = I_2 R_4$

logo $I_1 R_1 = I_2 R_2$ (1)

$I_1 R_3 = I_2 R_4$ (2)

dividindo (1) por (2)

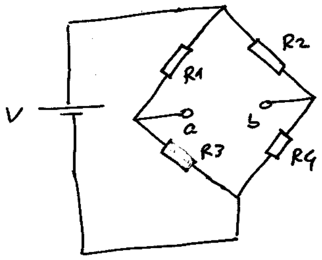
$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \quad \text{ou} \quad \boxed{R_1 R_4 = R_2 R_3}$$

Se R_4 for desconhecida ($R_4 = R_x$) mas os outros valores (R_1, R_2, R_3) forem conhecidos com precisão, então

$$\boxed{R_4 = \frac{R_2}{R_1} R_3}$$

ponte em desiquilíbrio $V_a \neq V_b$

circuito equivalente de Thevenin



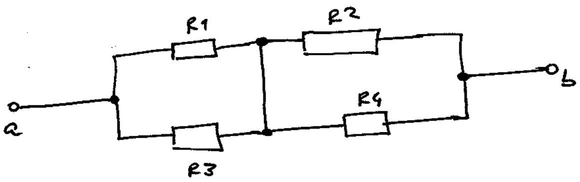
$$V_a = \frac{R3}{R1+R3} V$$

$$V_b = \frac{R4}{R2+R4} V$$

- tensão entre os pontos a e b em circuito aberto:

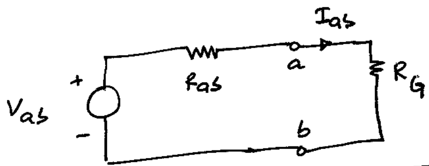
$$V_a - V_b = V \left(\frac{R3}{R1+R3} - \frac{R4}{R2+R4} \right)$$

- resistência entre os pontos a e b retirando todas as fontes independentes do circuito (apenas V)



$$R_{ab} = (R1 \parallel R3) + (R2 \parallel R4)$$

$$= \frac{R1\,R3}{R1+R3} + \frac{R2\,R4}{R2+R4}$$



R_G = resistência interna do galvanómetro

$$\boxed{I_{ab} = \frac{V_{ab}}{R_{ab} + R_G}}$$

Para ser detectada I_{ab} tem que ser maior que a resolução do aparelho de medida

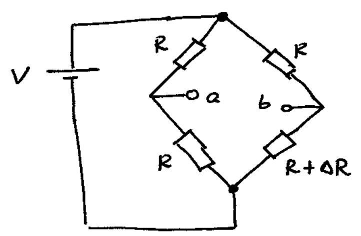
Sensibilidade do galvanómetro (detector de zero) S

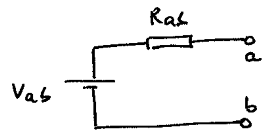
$$S = \frac{\text{milímetros}}{\mu A} = \frac{\text{graus}}{\mu A} = \frac{\text{radianos}}{\mu A}$$

deflexão $d = S \times I_{ab}$

ponte de Wheatstone com 4 resistências iguais (caso mais vulgar com sensores); uma delas é um sensor

circ. equivalente





$$\begin{cases} V_{ab} = V\left(\dfrac{R3}{R1+R3} - \dfrac{R4}{R2+R4}\right) \\ R_{ab} = \dfrac{R1R3}{R1+R3} + \dfrac{R2R4}{R2+R4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{ab} = V\left(\dfrac{\cancel{R}}{2\cancel{R}} - \dfrac{R+\Delta R}{2R+\Delta R}\right) \\ R_{ab} = \dfrac{R}{2} + \dfrac{R(R+\Delta R)}{2R+\Delta R} \end{cases}$$

V_{ab} não linear com ΔR

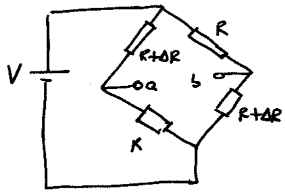
$$\begin{cases} V_{ab} = V \dfrac{\cancel{2R} + \Delta R - \cancel{2R} - 2\Delta R}{4R + 2\Delta R} \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{ab} = V \dfrac{-\Delta R}{4R + 2\Delta R} \\ R_{ab} = \dfrac{R}{2} + \dfrac{R(R+\Delta R)}{2R+\Delta R} \end{cases}$$

se $\Delta R \ll R$

$$\begin{cases} V_{ab} \simeq V \dfrac{-\Delta R}{4R} \\ R_{ab} \simeq R \end{cases}$$

ponte de Wheatstone com 2 sensores



$$V_a = \frac{R}{2R+\Delta R} V$$

$$V_b = \frac{R+\Delta R}{2R+\Delta R} V$$

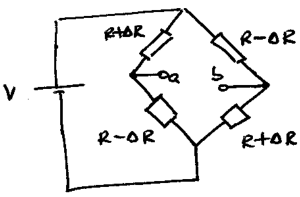
$$V_{ab} = V_a - V_b = V \left(\frac{\cancel{R} - \cancel{R} - \Delta R}{2R+\Delta R} \right)$$

$$V_{ab} = V \frac{-\Delta R}{2R+\Delta R}$$

Notar

- V_{ab} é duas vezes maior ($\times 2$) quando comparado com apenas um sensor
- V_{ab} é não linear com ΔR

ponte de Wheatstone com 4 sensores



$$V_a = \frac{R-\Delta R}{2R} V$$

$$V_b = \frac{R+\Delta R}{2R} V$$

$$V_{ab} = V \left(\frac{\cancel{R} - \Delta R - \cancel{R} - \Delta R}{2R} \right)$$

$$V_{ab} = V \frac{-\cancel{2}\Delta R}{\cancel{2}R}$$

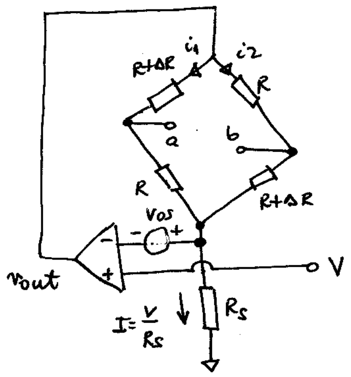
$$V_{ab} = -V \frac{\Delta R}{R}$$

Notar

- V_{ab} é quatro vezes maior ($\times 4$) quando comparado com apenas um sensor
- V_{ab} é linear com ΔR

linearização da ponte de Wheatstone com 2 sensores

(1) OPAMP define fonte de corrente constante $I = \frac{V}{R_s}$



os dois braços da ponte tem a mesma resistência, logo a corrente I divide-se por duas partes iguais:

$$\begin{cases} v_{out} = (2R + \Delta R)\, i_1 + V \\ v_{out} = (2R + \Delta R)\, i_2 + V \end{cases}$$

logo $i_1 = i_2 = \frac{V}{R_s} \times \frac{1}{2}$

$$\begin{cases} V_a = R\, i_1 + V \\ v_b = (R + \Delta R)\, i_2 + V \end{cases} \Rightarrow \boxed{V_{as} = V_a - V_b = -\Delta R \times \frac{1}{2}\frac{V}{R_s}}$$

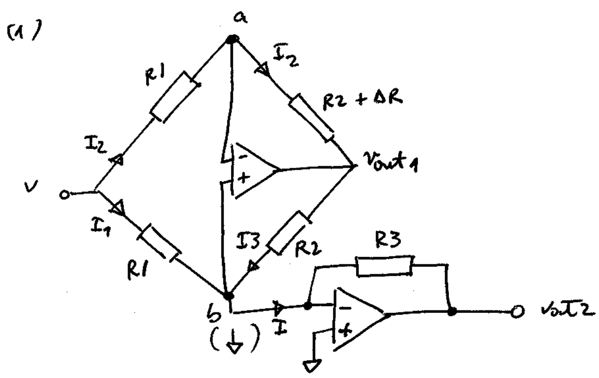
$\rightarrow V_{as}$ linear com ΔR

Se OPAMP tem offset V_{os}

$$V_{as} = -\frac{\Delta R}{2 R_s}(V + V_{os})$$

linearização da ponte de Wheatstone com 1 sensor

(1)



$V_a = V_b$ logo $i_1 = i_2 = \frac{V}{R1}$

$$V_{out1} = -(R2+\Delta R)\, I2 = -\frac{R2+\Delta R}{R1}\, V$$

$$I = I1 + I3 = \frac{V}{R1} - \frac{R2+\Delta R}{R2}\,\frac{V}{R1}$$

$$I = \frac{V}{R1}\left(1 - \frac{R2+\Delta R}{R2}\right)$$

$$I = \frac{V}{R1}\left(-\frac{\Delta R}{R2}\right)$$

$$V_{out2} = -R3\, I$$

$$\boxed{V_{out2} = \frac{R3}{R1}\, V \left(\frac{\Delta R}{R2}\right)} \rightarrow V_{out2} \text{ linear em } \Delta R$$

Caso haja offset V_{os1}, V_{os2}

$$i_1 = \frac{V - V_{os2}}{R1} \quad ; \quad i_2 = \frac{V - (V_{os1} + V_{os2})}{R1}$$

$$V_{out} = -(R2+\Delta R)\, i_2 + (V_{os1} + V_{os2}) = -\frac{R2+\Delta R}{R1}(V - V_{os1} - V_{os2})$$

$$+ V_{os1} + V_{os2}$$

$$I = I1 + I3$$

$$= \frac{V - V_{os2}}{R1} - \frac{R2+\Delta R}{R2} \times \frac{V - V_{os1} - V_{os2}}{R1} + \frac{V_{os1}}{R2}$$

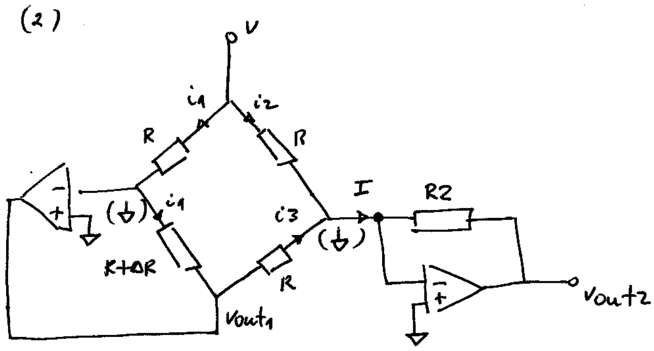
$$= \frac{V - V_{os2}}{R1}\left(1 - \frac{R2+\Delta R}{R2}\right) + \frac{R2+\Delta R}{R2}\,\frac{V_{os1}}{R1} + \frac{V_{os1}}{R2}$$

$$= \frac{V - V_{os2}}{R1}\left(-\frac{\Delta R}{R2}\right) + \left(1 + \frac{R2+\Delta R}{R1}\right)\frac{V_{os1}}{R2}$$

$$V_{out2} = \frac{R3}{R1}(V - V_{os2})\left(\frac{\Delta R}{R2}\right) - \frac{R3}{R2}\left(1 + \frac{R2+\Delta R}{R1}\right) V_{os1} + V_{os2}$$

linearização da ponte de Wheatstone com 1 sensor

(2)



$$i_1 = i_2 = \frac{V}{R}$$

$$V_{out1} = -(R+\Delta R)\, I_1 = -\frac{R+\Delta R}{R} V$$

$$i_3 = \frac{V_{out1}}{R} = -\frac{R+\Delta R}{R}\frac{V}{R}$$

$$I = i_2 + i_3$$

$$= \frac{V}{R} - \frac{R+\Delta R}{R}\frac{V}{R}$$

$$= \left(1 - \frac{R+\Delta R}{R}\right)\frac{V}{R} = -\frac{\Delta R}{R}\frac{V}{R}$$

$$\boxed{V_{out2} = -R_2 I = \frac{R_2}{R}\frac{\Delta R}{R} V} \rightarrow V_{out2} \text{ linear em } \Delta R$$

caso haja offset V_{os1}, V_{os2}

$$V_{out2} = \frac{R_2}{R}\frac{\Delta R}{R} V + \frac{R_2}{2R}\left(V_{os2} - V_{os1}\right) + V_{os2}$$