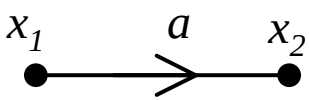
REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS

DIAGRAMAS DE FLUXO DE SINAL

grafo orientado em que os nós representam sinais e os ramos funções de transferência que se designam por ganhos ou transmitância

exemplo: 

$$x_2 = ax_1$$

Definições:

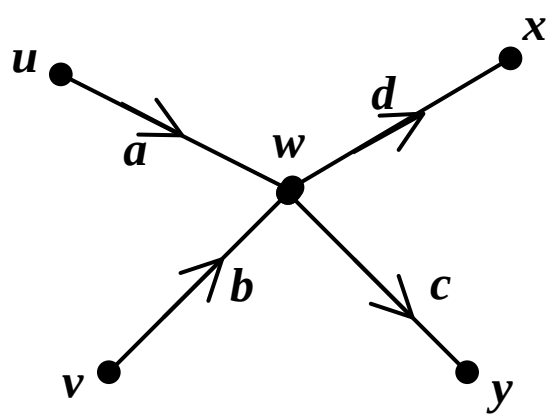
- ramos de entrada
- ramos de saída
- nó de entrada (fonte): só tem ramos de saída (variáveis independentes).
- nó de saída (sorvedouro): só tem ramos de entrada (variáveis dependentes).
- nó misto: tem ramos de entrada e ramos de saída.

REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS

DIAGRAMAS DE FLUXO DE SINAL

Cada nó num diagrama de fluxo de sinal, soma todos os sinais provenientes dos ramos de entrada, e disponibiliza a soma em todos os ramos de saída.

exemplo:



REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS

DIAGRAMAS DE FLUXO DE SINAL

- **CAMINHO**: Sequência de ramos ligados, entre um nó origem e um nó destino, percorrida no sentido das setas.

  - Aberto - cada nó do é percorrido apenas uma vez;
  - Fechado (ciclo) - cada nó é percorrido apenas uma vez, excepto o nó de origem que coincide com o destino,
  - Nem aberto nem fechado - passa por pelo menos um nó mais do que umas vez e termina num nó diferente daquele que começou.

- Caminho directo: caminho aberto em que o nó de origem é uma entrada (fonte) e o nó de destino é uma saída (sorvedouro).

- Ganho do caminho: produto das transmitâncias dos ramos que formam o caminho.

REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS

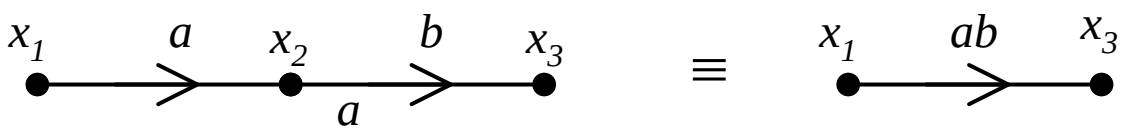
DIAGRAMAS DE FLUXO DE SINAL

Análise de um diagrama de fluxo de sinal

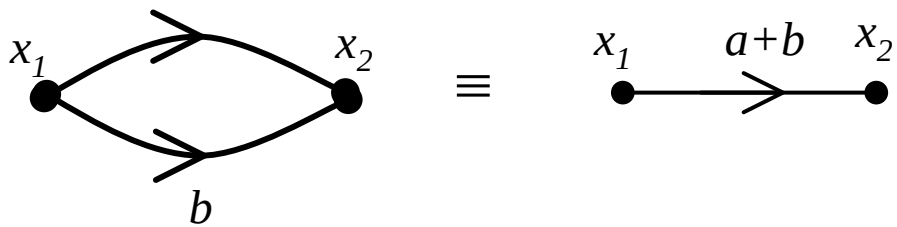
- Simplificação
- Fórmula de Mason

SIMPLIFICAÇÃO

série:



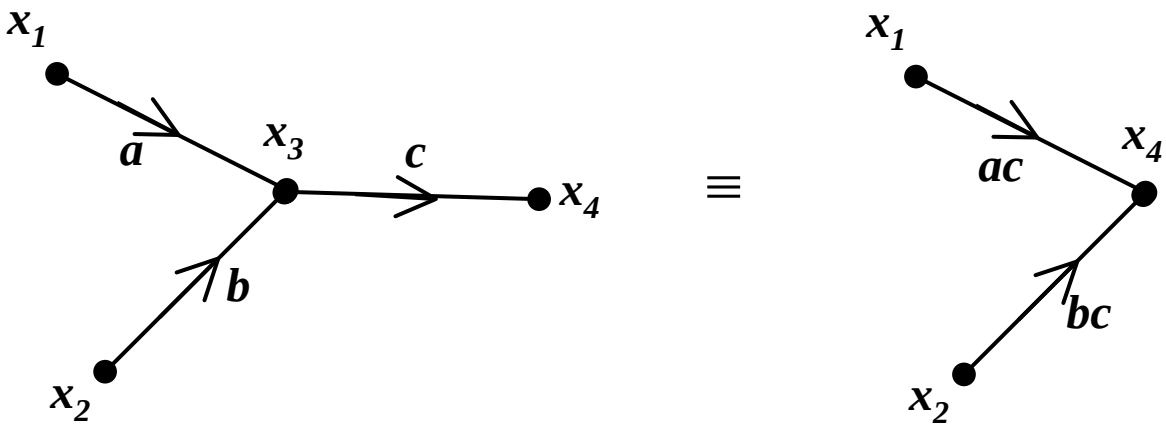
paralelo:



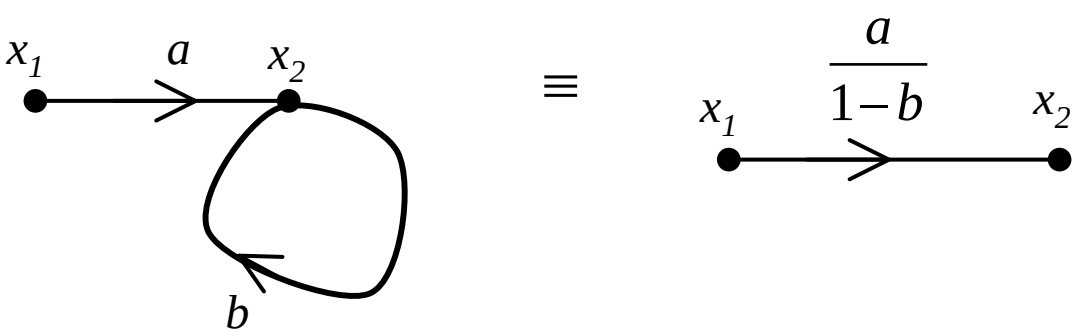
REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS

DIAGRAMAS DE FLUXO DE SINAL

nó misto:

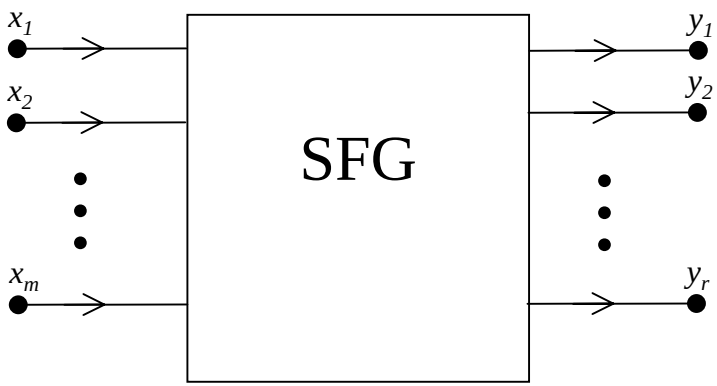


auto-ciclo:



REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS

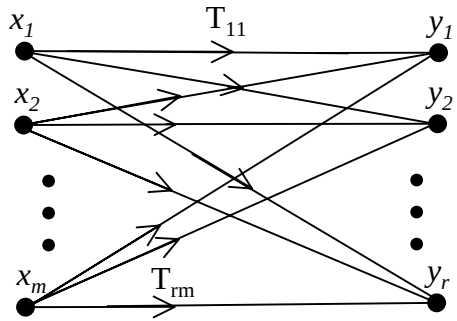
DIAGRAMAS DE FLUXO DE SINAL



SIMPLIFICANDO O SFG,

ELIMINANDO OS NÓS

MISTOS:



$$y_1 = T_{11}x_1 + T_{12}x_2 + \ldots + T_{1m}x_m$$

$$y_2 = T_{21}x_1 + T_{22}x_2 + \ldots + T_{2m}x_m$$

$$\vdots$$

$$y_r = T_{r1}x_1 + T_{r2}x_2 + \ldots + T_{rm}x_m$$

- Cada saída pode ser calculada pelo PRINCÍPIO DA SOBREPOSIÇÃO
- Definição: T_{ij} – TRANSMITÂNCIA GLOBAL entre a entrada x_j e a saída y_i
- T_{ij} – pode ser determinada recorrendo-se à FÓRMULA DE MASON:

$$\boxed{T = \frac{\sum_{n=1}^{p} T_n \Delta_n}{\Delta}}$$

REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS

DIAGRAMAS DE FLUXO DE SINAL

$$\boxed{T = \frac{\sum_{n=1}^{p} T_n \Delta_n}{\Delta}}$$

- T_n - Transmitância do caminho directo de ordem *n* que liga a entrada à saída.
  - Caminho directo: caminho aberto em que o nó de origem é uma entrada (fonte) e o nó de destino é uma saída (sorvedouro).
- Δ - Determinante do grafo: $\Delta = 1 - \sum L_1 + \sum L_2 - \sum L_3 + \ldots$
- L_1 - Transmitância de cada ciclo; $\sum L_1$ somatório das transmitâncias de todos os ciclos.
- L_2 - Produto das transmitâncias de pares de ciclos disjuntos;
  $\sum L_2$ somatório dos produtos das transmitâncias de pares de ciclos disjunto.
- L_3 - O mesmo que L_2, mas, considerando-se de cada vez 3 ciclos disjuntos ...
- Δ_n - Determinante do co-factor de ordem *n*.

REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS

DIAGRAMAS DE FLUXO DE SINAL

Exemplo*:

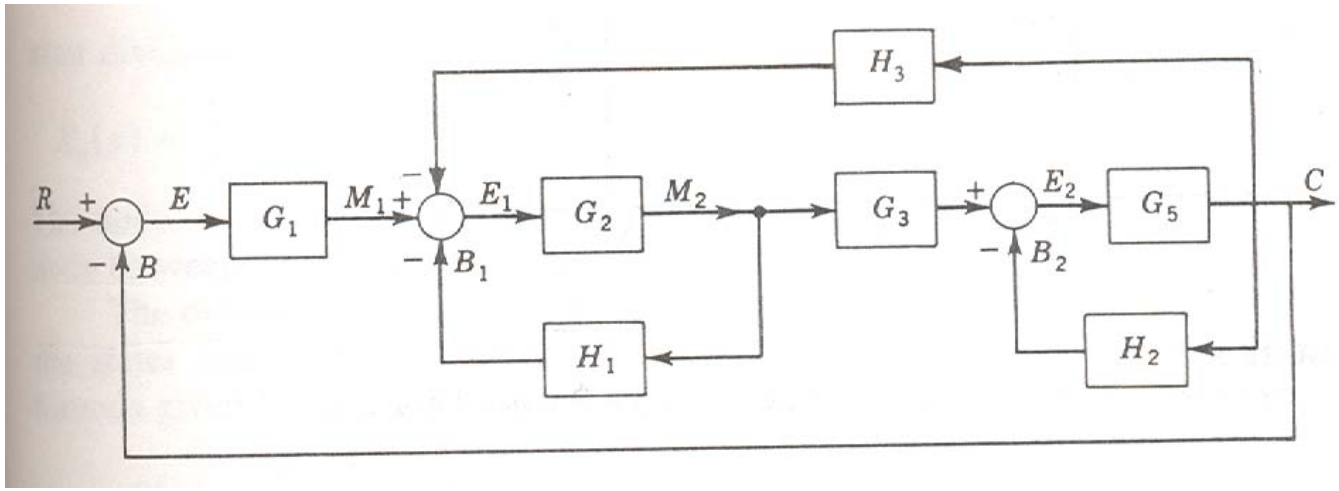
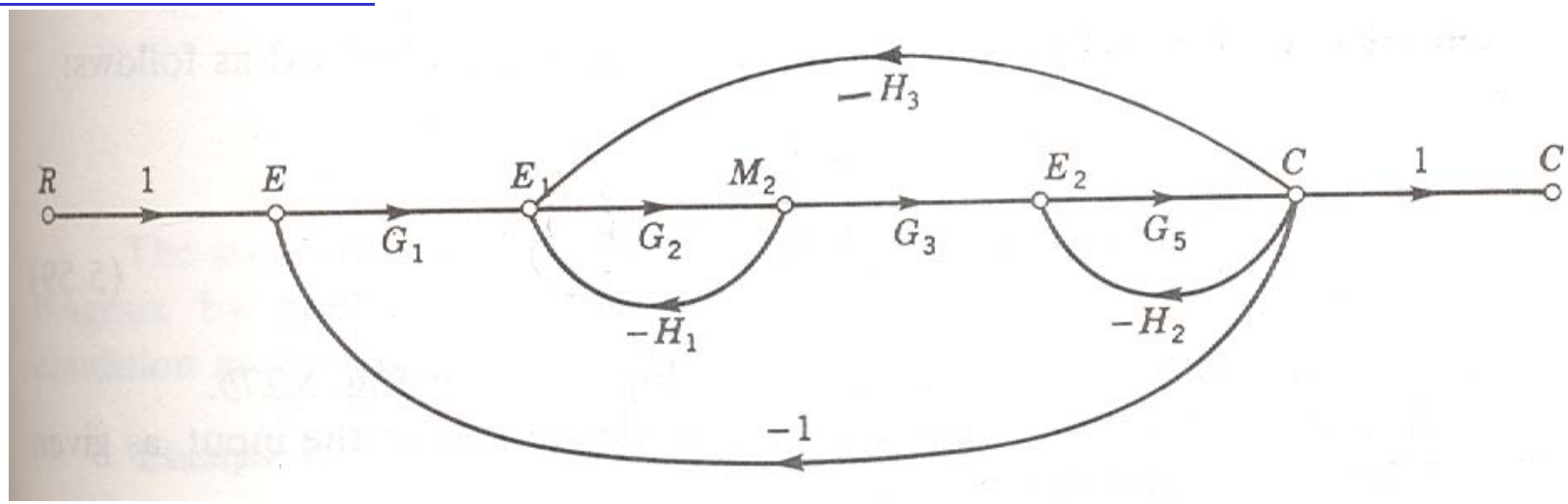


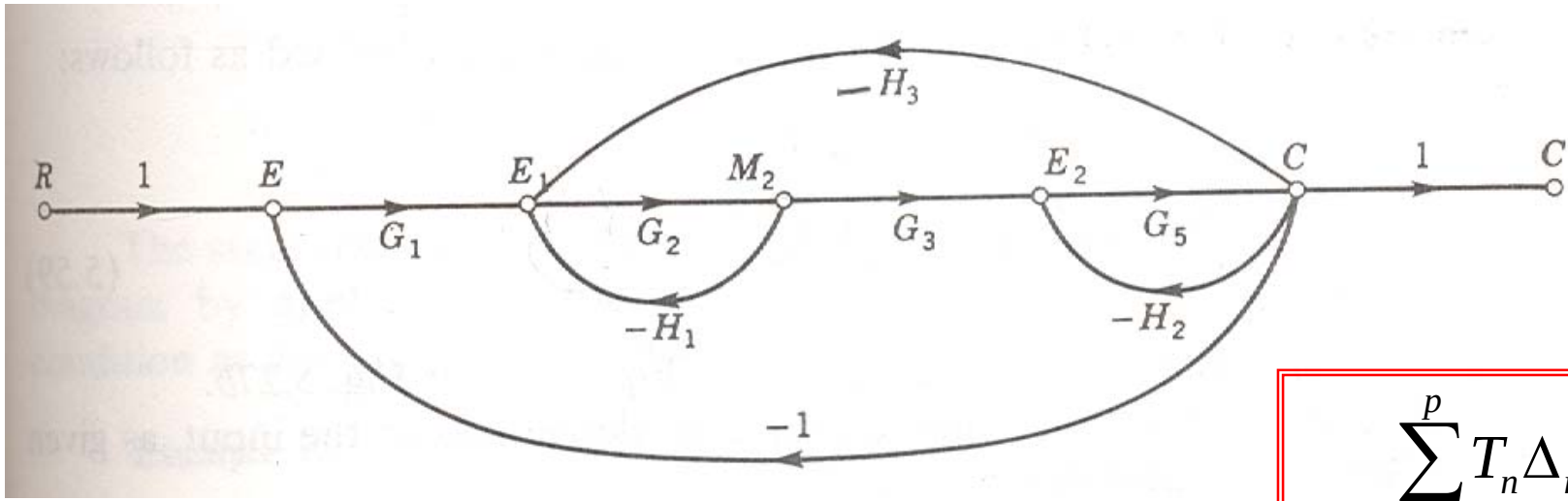
Diagrama de fluxo de sinal:



*John J. D'Azzo; Constantine H. Houpis, "Linear Control System Analysis and Design Conventional and Modern, McGRAW-HILL INTERNATIONAL EDITIONS, 1988.

REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS

DIAGRAMAS DE FLUXO DE SINAL



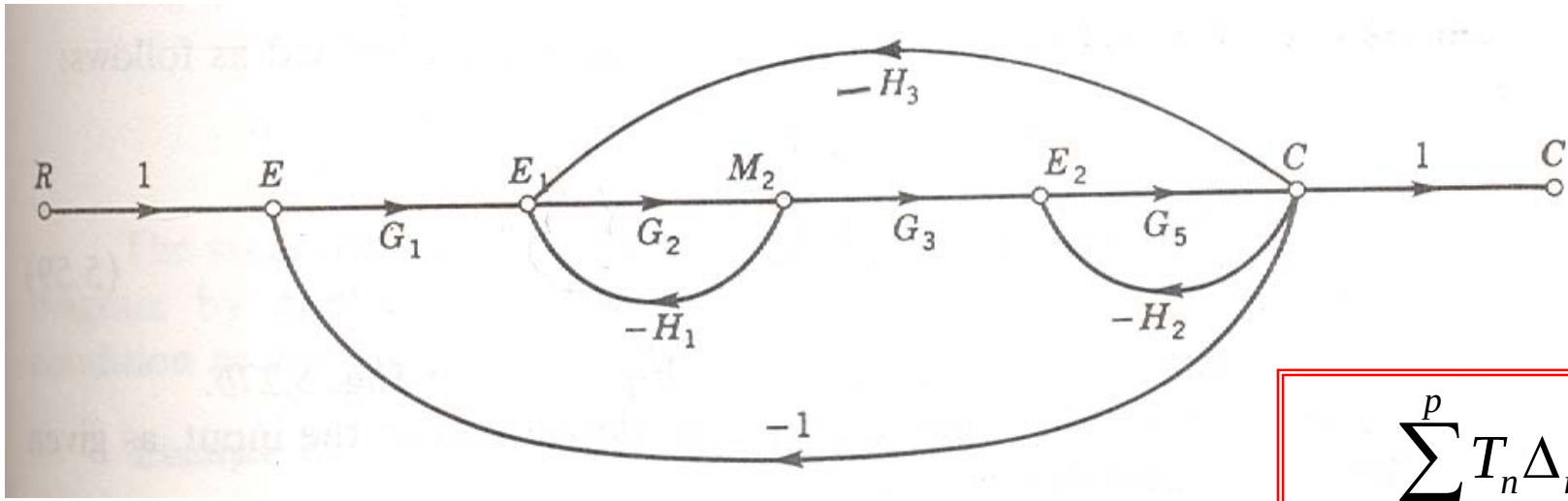
$$T = \frac{\sum_{n=1}^{p} T_n \Delta_n}{\Delta}$$

$$\Delta = 1 - \sum L_1 + \sum L_2 - \sum L_3 + \ldots$$

- $\sum L_1 = -G_1 G_2 G_3 G_5 - G_2 G_3 G_5 H_3 - G_2 H_1 - G_5 H_2$
- $\sum L_2 = \left(-G_2 H_1\right)\left(-G_5 H_2\right) = G_2 H_1 G_5 H_2$
- $\sum L_3 = 0$
- $\Delta = 1 + G_1 G_2 G_3 G_5 + G_2 G_3 G_5 H_3 + G_2 H_1 + G_5 H_2 + G_2 H_1 G_5 H_2$

REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS

DIAGRAMAS DE FLUXO DE SINAL



$$T = \frac{\sum_{n=1}^{p} T_n \Delta_n}{\Delta}$$

$$\Delta = 1 - \sum L_1 + \sum L_2 - \sum L_3 + \ldots$$

Quantos caminhos directos? 1 → $T = \dfrac{T_1 \Delta_1}{\Delta}$

$$T_1 = G_1 G_2 G_3 G_5$$

$$\Delta_1 = 1$$

•••

$$T = \frac{G_1 G_2 G_3 G_5}{1 + G_1 G_2 G_3 G_5 + G_2 G_3 G_5 H_3 + G_2 H_1 + G_5 H_2 + G_2 H_1 G_5 H_2}$$