

MODELAÇÃO E REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DE SISTEMAS

SISTEMAS TÉRMICOS

LIDAM COM FLUXO E ARMAZENAMENTO DE CALOR

EXEMPLOS:

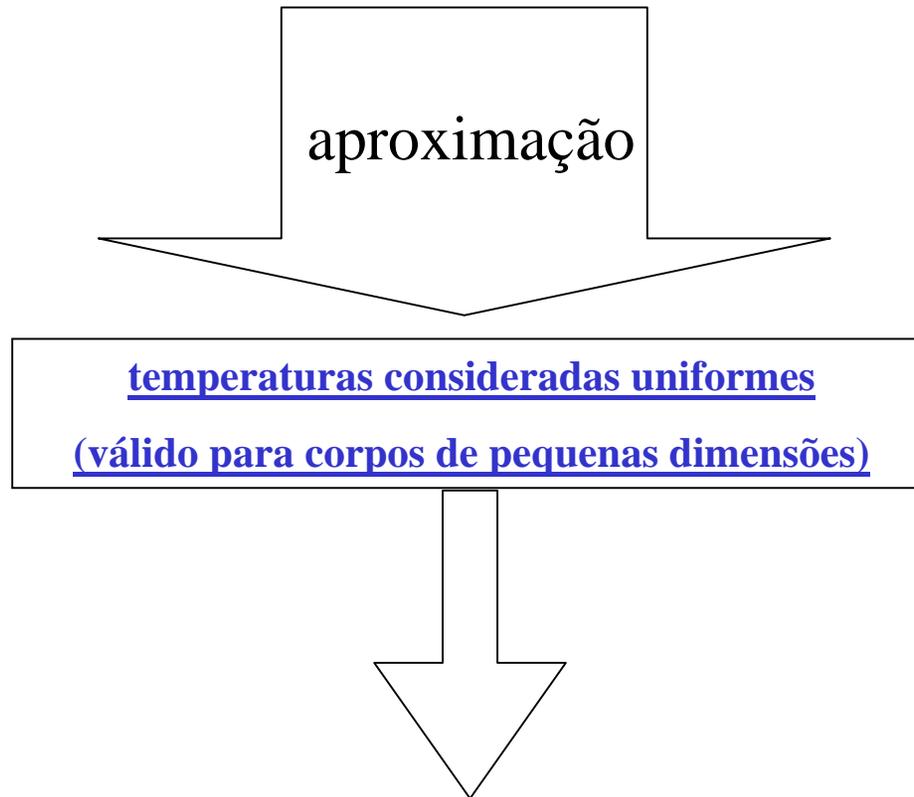
- Forno
- Frigorífico
- Sistema de refrigeração do motor de um veículo
 - Sistema de aquecimento de água
 - Termómetro clínico
- Sistema de climatização de uma sala de aula

... ..

MODELAÇÃO E REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DE SISTEMAS

SISTEMAS TÉRMICOS

- GERALMENTE SÃO SISTEMAS DE PARÂMETROS DISTRIBUÍDOS

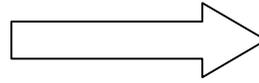


Modelação matemática recorrendo a sistemas de equações diferenciais lineares de coeficientes constantes - SLIT

MODELAÇÃO E REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DE SISTEMAS

SISTEMAS TÉRMICOS

➤ **FUNDAMENTAÇÃO FÍSICA PARA ESTABELECIMENTO DE MODELOS MATEMÁTICOS:**



LEIS DA TERMODINÂMICA

O calor adicionado a um sistema é igual ao calor armazenado somado com o calor dissipado

Variáveis físicas:

- θ : temperatura, mede-se em Kelvin [K] ou graus Celsius [°C].
- q : fluxo de calor, mede-se em Joule/segundo = Watt [W].

MODELAÇÃO E REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DE SISTEMAS

SISTEMAS TÉRMICOS

Relação integral/diferencial entre a temperatura θ e o fluxo q :

$$\theta(t) = \theta(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t q_i(\tau) - q_o(\tau) d\tau$$

➤ C – Capacidade térmica [$J/^\circ C$].

Diferenciando a expressão anterior:

$$q_i(t) - q_o(t) = C \frac{d\theta(t)}{dt}$$

Fluxo de calor {

- Condução
- Convecção
- Radiação

$$q(t) = \frac{\theta_1(t) - \theta_2(t)}{R}$$

➤ R – Resistência térmica [K/W].

MODELAÇÃO E REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DE SISTEMAS

SISTEMAS TÉRMICOS

$$q_i(t) - q_o(t) = C \frac{d\theta(t)}{dt}$$

$$q(t) = \frac{\theta_1(t) - \theta_2(t)}{R}$$

Analogias sistemas térmicos / sistemas eléctricos

Sistema eléctrico	Sistema térmico
Corrente (i)	Fluxo de calor (q)
Tensão (v)	Temperatura (θ)

Condensador : $i_c(t) = C \frac{dv_c(t)}{dt}$

Resistência : $i_R(t) = \frac{v_1(t) - v_2(t)}{R}$

Analogia entre a capacidade e resistência térmica e eléctrica é total!

MODELAÇÃO E REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DE SISTEMAS

SISTEMAS TÉRMICOS

$$q_i(t) - q_o(t) = C \frac{d\theta(t)}{dt}$$

$$q(t) = \frac{\theta_1(t) - \theta_2(t)}{R}$$

Exemplo: Termómetro de mercúrio com: R_g , C_g , R_m , C_m .

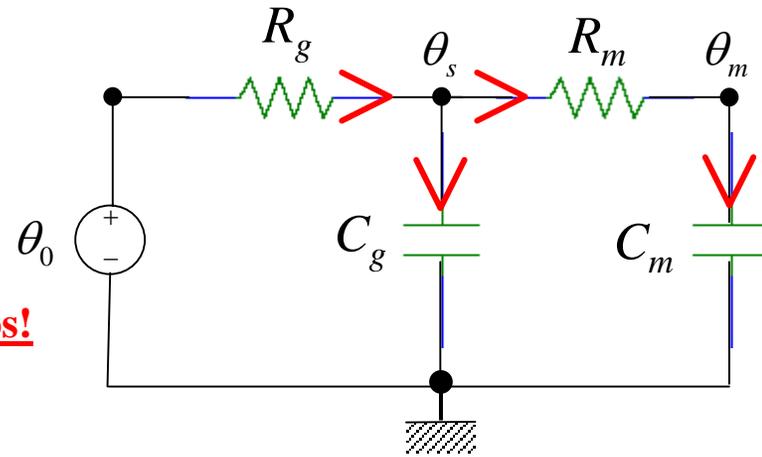
É posto em contacto com uma fonte de calor a temperatura constante θ_0 .

Rede térmica / eléctrica:

Quantas incógnitas? 2: θ_s , θ_m .

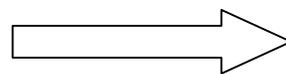
Fluxo de calor adicionado =
calor armazenado + calor dissipado

Orientem-se os ramos!



$$\theta_s : \frac{\theta_0 - \theta_g}{R_g} = C_g \dot{\theta}_g + \frac{\theta_g - \theta_m}{R_m}$$

$$\theta_m : \frac{\theta_s - \theta_m}{R_m} = C_m \dot{\theta}_m$$



$$\left\{ \begin{array}{l} C_g \dot{\theta}_s + \left(\frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_g} \right) \theta_g - \frac{\theta_m}{R_m} = \frac{\theta_0}{R_g} \\ \frac{\theta_g}{R_m} - C_m \dot{\theta}_m - \frac{\theta_m}{R_m} = 0 \end{array} \right.$$