MODELAÇÃO E REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DE SISTEMAS

SISTEMAS MECÂNICOS

- **Translaccional**: movimento das componentes faz-se segundo um vector.
- **Rotacional**: o movimento das componentes faz-se em torno de um determinado eixo de rotação.

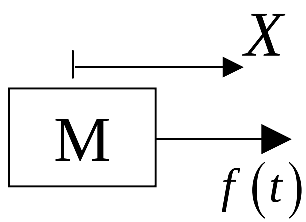
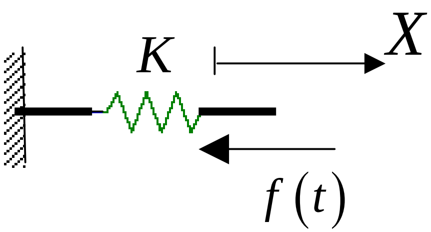
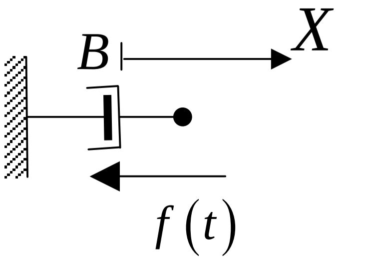
ANÁLISE DE SISTEMAS MECÂNICOS

- Lei fundamental da dinâmica

- Princípio da acção-reacção

MODELAÇÃO E REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DE SISTEMAS

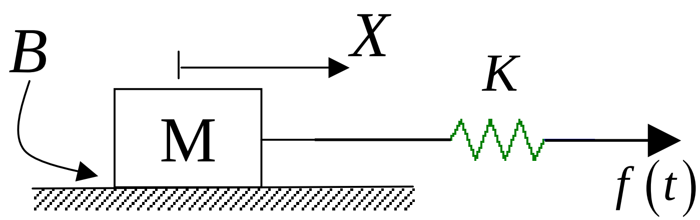
SISTEMAS MECÂNICOS TRANSLACCIONAIS

	Massa	Mola	Atrito
Esquema			
Relação no tempo	$f(t) = M \dfrac{d^2x(t)}{dt^2}$	$f(t) = -Kx(t)$	$f(t) = -B\dfrac{dx(t)}{dt}$
Transformada de Laplace	$F(s) = Ms^2X(s)$	$F(s) = -KX(s)$	$F(s) = -BsX(s)$

MODELAÇÃO E REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DE SISTEMAS

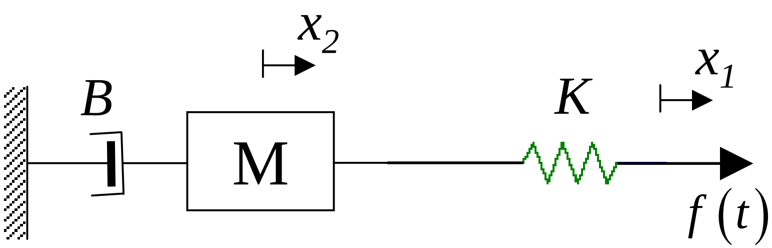
SISTEMAS MECÂNICOS TRANSLACCIONAIS

Exemplo: Massa, mola e atrito



Pretender-se um conjunto de equações que descrevam o modelo do sistema.

Representação do sistema utilizando os simbolos:



Aplicação da lei fundamental da dinâmica à massa *M* (x_2):

- **Força de atrito.**
- **Força da mola.**

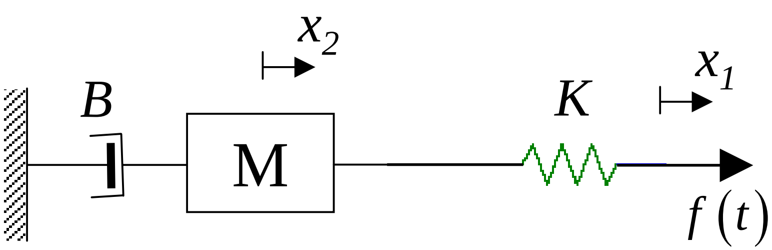
Equilibrio de forças em (x_1):

- **Força *f* equilibra-se com a força de restituição da mola.**

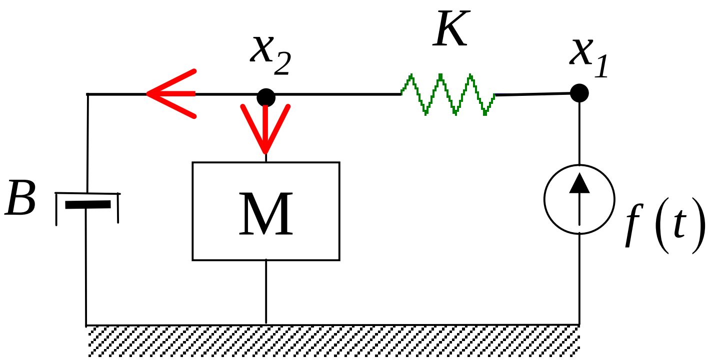
MODELAÇÃO E REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DE SISTEMAS

SISTEMAS MECÂNICOS TRANSLACCIONAIS

Exemplo: Massa, mola e atrito



REDE MECÂNICA:



orientem-se os ramos

lembrando que:

$$
\begin{cases}
f_M(t) = M\dfrac{d^2x(t)}{dt^2} \\
f_K(t) = Kx(t) \\
f_B(t) = B\dfrac{dx(t)}{dt}
\end{cases}
$$

nó x_2:

$$B\dot{x}_2 + M\ddot{x}_2 = f$$

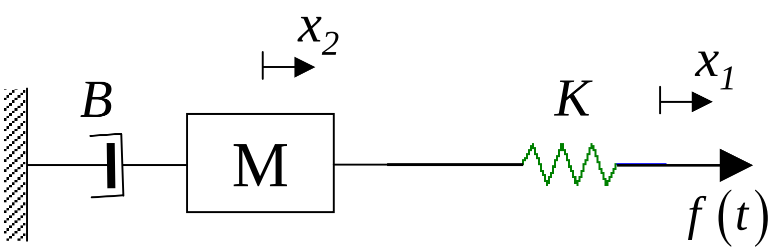
nó x_1:

$$K(x_1 - x_2) = f$$

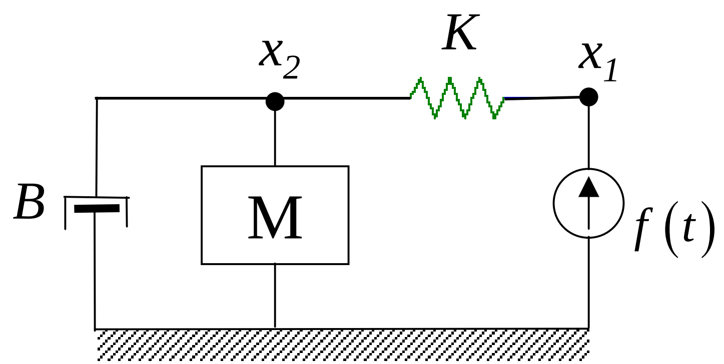
MODELAÇÃO E REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DE SISTEMAS

SISTEMAS MECÂNICOS TRANSLACCIONAIS

Exemplo: Massa, mola e atrito



REDE MECÂNICA:



Modelo: equações diferenciais lineares de coeficientes constantes

nó x_2: $B\dot{x}_2 + M\ddot{x}_2 = f$

nó x_1: $K(x_1 - x_2) = f$

Questão:

Obtido um modelo para um dado sistema, existirão outros sistemas para os quais esse modelo seja adequado?

E de que natureza?

MODELAÇÃO E REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DE SISTEMAS

SISTEMAS MECÂNICOS TRANSLACCIONAIS

ESTABELECIMENTO DE ANALOGIAS

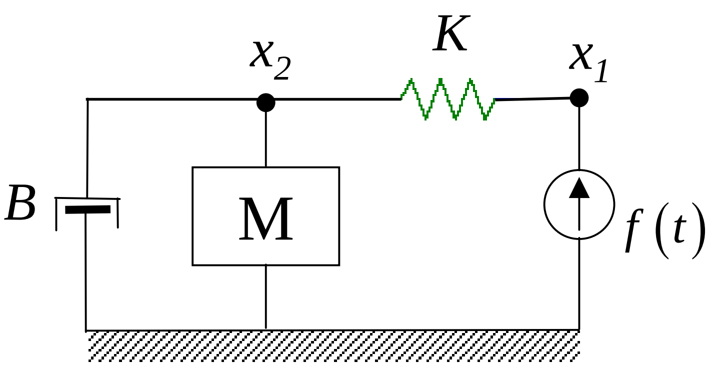
SISTEMA ELÉCTRICO		SISTEMA MECÂNICO
corrente (i)	$\Leftrightarrow$	força (f)
tensão (v)	$\Leftrightarrow$	velocidade (v)

Condensador $\Leftrightarrow$ Massa	$i(t) = C\dfrac{dv(t)}{dt}$	$f(t) = M\dfrac{d^2x(t)}{dt^2}$	$C = M$
Bobina $\Leftrightarrow$ Mola	$v(t) = L\dfrac{di(t)}{dt}$	$f(t) = Kx(t)$	$L = \dfrac{1}{K}$
Resistência $\Leftrightarrow$ Atrito	$v(t) = Ri(t)$	$f(t) = B\dfrac{dx(t)}{dt}$	$R = \dfrac{1}{B}$

MODELAÇÃO E REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DE SISTEMAS

SISTEMAS MECÂNICOS TRANSLACCIONAIS

REDE MECÂNICA:

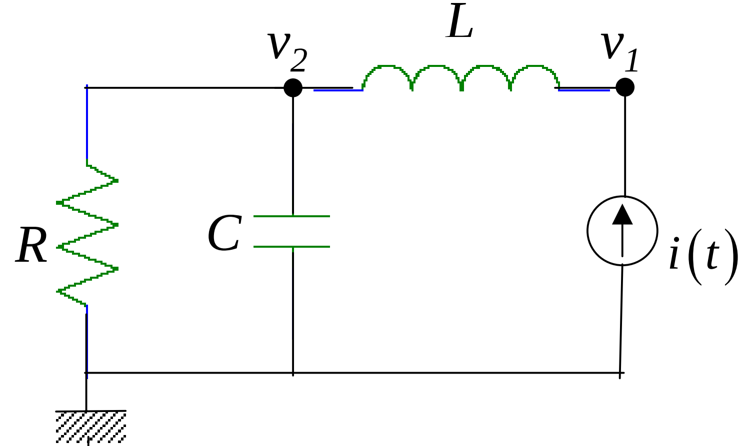


viu-se anteriormente:

nó x₂: $B\dot{x}_2 + M\ddot{x}_2 = f$

nó x₁: $K\left(x_1 - x_2\right) = f$

ANÁLOGO ELÉCTRICO:



$C = M$

$L = \dfrac{1}{K}$

$R = \dfrac{1}{B}$

aplique-se a lei dos nós:

nó v₂: $\dfrac{v_2}{R} + C\dot{v}_2 = i$

nó v₁: $v_1 - v_2 = L\dot{i}$

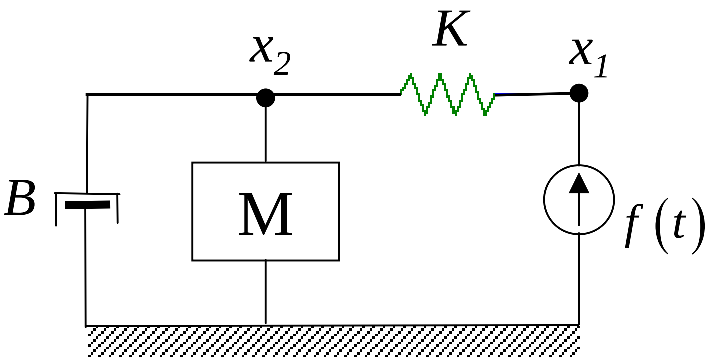
substituindo *R*, *L* e *C* pelos respectivos valores:

$$\boxed{Bv_2\left(t\right) + M\frac{dv_2\left(t\right)}{dt} = i\left(t\right) \quad ; \quad v_1 - v_2 = \frac{1}{K}\frac{di\left(t\right)}{dt}}$$

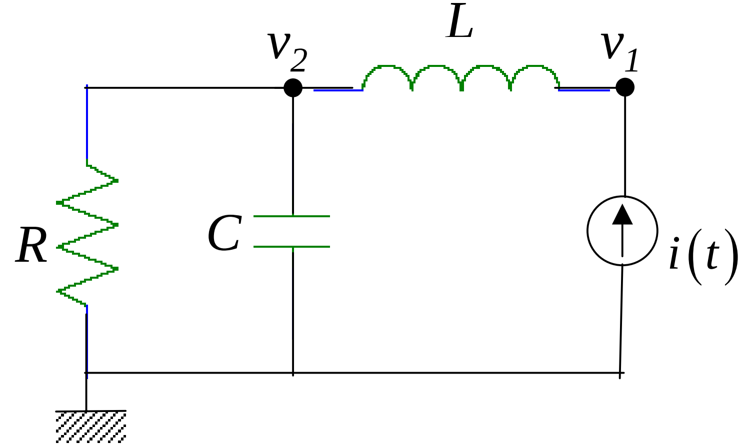
MODELAÇÃO E REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DE SISTEMAS

SISTEMAS MECÂNICOS TRANSLACCIONAIS

REDE MECÂNICA:



ANÁLOGO ELÉCTRICO:



$$C = M$$

$$L = \frac{1}{K}$$

$$R = \frac{1}{B}$$

$$\boxed{Bv_2(t) + M\frac{dv_2(t)}{dt} = i(t) \quad ; \quad v_1 - v_2 = \frac{1}{K}\frac{di(t)}{dt}}$$

MODELAÇÃO DE SISTEMAS

DIFERENTES REALIDADES FÍSICAS A MESMA REALIDADE MATEMÁTICA