



UNIVERSIDADE DO ALGARVE

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

Redes de Telecomunicações
 2004/2005 – Eng^a Sistemas e Informática

Trabalho nº1

Título: *Modulação de Amplitude*

1 Objectivos

Neste trabalho iremos analisar a digitalização sinal analógico necessárias para que esse sinal possa ser transmitido digitalmente. Iremos estudar:

-Modulação por código de pulso (PCM- Pulse Code Modulation)

2 Preliminares teóricos

2.1 Emissor PCM

A Figura 1, mostra a arquitectura de um sistema gerador de sinais PCM. O sinal analógico $x(t)$, passa por um filtro passa baixo (FPBaixo) e é amostrado pelo circuito de amostragem e retenção (S&H Sample & Hold) obtendo-se o sinal PAM $x(kT_s)$. De seguida o sinal é quantificado em q níveis discretos. O sinal amostrado e quantificado $x_q(kT_s)$ é então codificado.

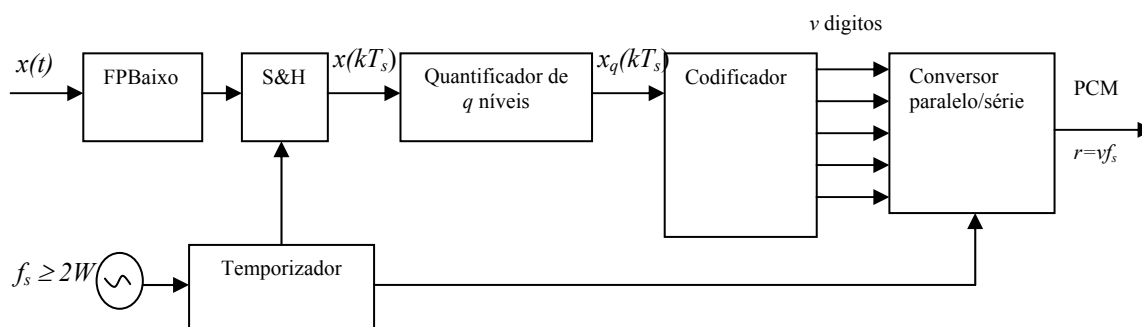


Figura 1: Sistema gerador de sinais PCM.

A operação de quantificação consiste na quantificação do sinal PAM em q níveis. Considerando o sinal analógico um sinal de tensão normalizado tal que $|x(t)| \leq 1$ V. Se a quantificação for uniforme a gama de tensões de 2 V (o valor máximo da amplitude do sinal pico a pico) é dividida em q níveis igualmente espaçados, sendo a separação entre níveis de $\Delta = \frac{2}{q}$ V.

Os níveis discretos são $\pm \frac{1}{q}, \pm \frac{3}{q}, \pm \dots, \pm \frac{q-1}{q}$, como se mostra na figura, para $q = 8$.

De seguida o codificador codifica cada nível discreto numa palavra de um código digital

Operações envolvidas:

1º amostragem de acordo com o teorema de Nyquist;

2º quantificação, o sinal é quantificado para o nível mais próximo, nesta operação é cometido o erro de quantificação;

3º cada nível de quantificação é codificado utilizando-se v bits, $q=2^v$;

3º a cada amostra quantificada faz-se corresponder o conjunto de bits equivalente.

2.2 Receptor PCM

O primeiro bloco do receptor PCM é um regenerador que tem por objectivo regenerar o sinal PCM que chega ao receptor. O sinal PCM à entrada do receptor pode estar contaminado por ruído e/ou distorcido. De seguida cada conjunto de v bits que compõem uma palavra são convertidos de série em paralelo e a amplitude correspondente é decodificada. O circuito de *Sample&Hold* gera o sinal $x_q(kT_s)$ em forma de degraus como se mostra na figura, o sinal $x_q(kT_s)$ é uma versão aproximada do sinal $x(t)$ amostrado, trata-se de uma versão aproximada porque as amostras foram quantificadas. O papel do filtro passa baixo à saída do receptor é suavizar $x_q(kT_s)$, no entanto o sinal à saída do filtro passa baixo $y_D(t)$ difere de $x(t)$ na medida em que o sinal quantificado $x_q(kT_s)$ difere do sinal amostrado $x(T_s)$.

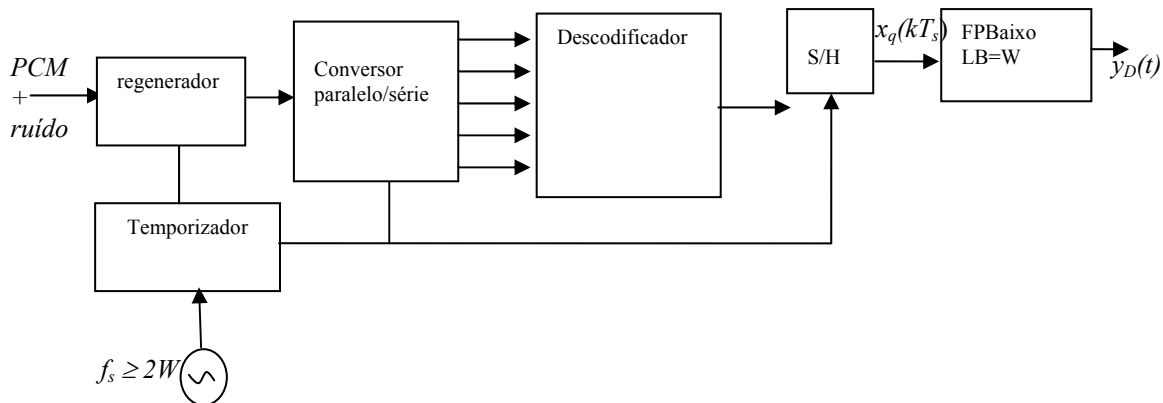


Figura 2 Receptor PCM.

2.3 Erro de quantificação

O erro de quantificação do símbolo k , definido pela variável aleatória ε_K , é a diferença entre o sinal amostrado, $x(kT_s)$, e o sinal quantificado $x_q(kT_s)$.

$$\varepsilon_k = x_q(kT_s) - x(kT_s) \quad (2.1)$$

Quando a quantificação é uniforme ou linear, ou seja quando for constante a diferença de amplitudes entre dois níveis consecutivos ($\Delta = \text{const.}$). Se as amplitudes a quantificar tiverem uma distribuição uniforme entre +1 e -1 V, a distribuição de ε_k é também uniforme entre $-\frac{\Delta}{2}$ e $\frac{\Delta}{2}$, isto é:

$$f(\varepsilon_k) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta} & \text{para } -\frac{\Delta}{2} \leq \varepsilon_k \leq \frac{\Delta}{2} \\ 0 & \text{outros valores} \end{cases} \quad (2.2)$$

$f(\varepsilon_k)$ função densidade probabilidade de ε_k .

$$\text{A potência do ruído de quantificação } \sigma_q^2 = \overline{\varepsilon_k^2} = \int_{-\infty}^{\infty} f(\varepsilon_k) \varepsilon_k^2 d\varepsilon_k = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \frac{\varepsilon_k^2}{\Delta} d\varepsilon_k = \frac{\Delta^2}{12}$$

Este resultado indica que a potência de ruído aumenta quando o espaçamento entre níveis aumenta, o que intuitivamente já era esperado.

Uma medida da influência do erro de quantificação no desempenho de um sistema PCM é a relação entre a potência do sinal e a potência do ruído de quantificação (RSR – Relação Sinal Ruído)

$$RSR = \frac{S_x}{\sigma_q^2} \quad (2.3)$$

Considerando a normalização $|x(t)| \leq 1$, temos então que $S_x \leq 1$, e

$$\begin{aligned} RSR &= 10 \log_{10}(S_x 3q^2) \\ &= 10 \log_{10}(S_x 3 \times 2^{2v^2}) \\ &\leq 4.8 + 6.0v \text{ dB} \end{aligned} \quad (2.4)$$

A expressão indica que a relação sinal ruído é proporcional ao nº de bits utilizado para codificar cada amostra

2.4 Quantificação não uniforme

Muitos sinais analógicos (especialmente voz, música e video) apresentam uma gama dinâmica apreciável e a distribuição de amplitudes está longe de ser uniforme, têm média nula e as suas amplitudes tomam com maior probabilidade valores próximos do valor médio como ilustrado na Figura abaixo.

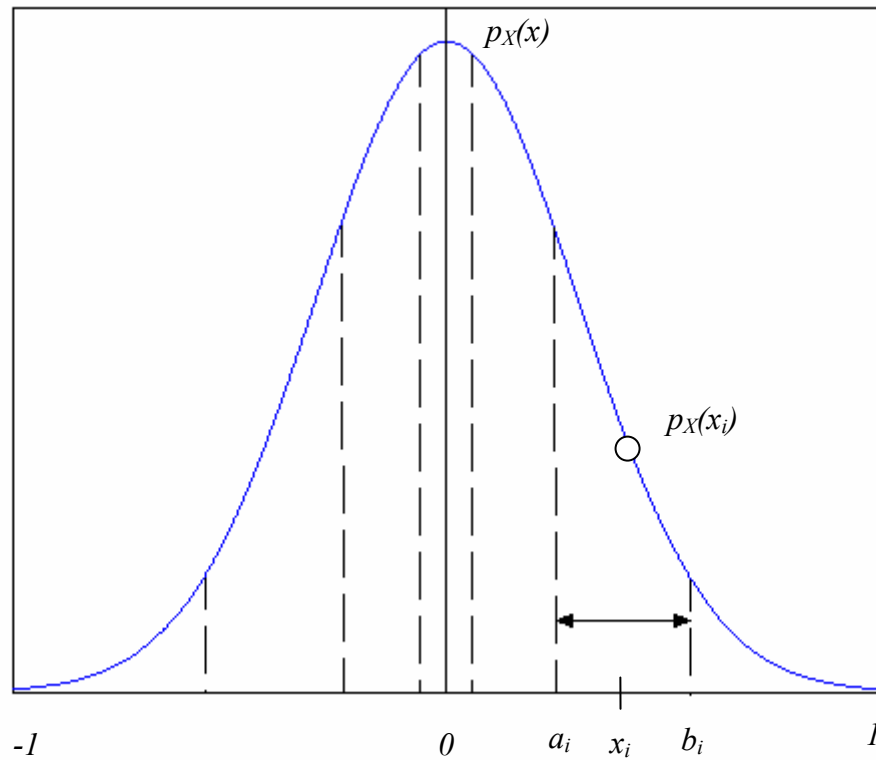


Figura 3: Função densidade probabilidade de um sinal mensagem $x(t)$, com níveis de quantificação não uniformes.

A potência do sinal mensagem S_x é calculada

$$S_x = \int_{-1}^1 x^2 p_X(x) dx = 2 \int_0^1 x^2 p_X(x) dx \quad (2.5)$$

Como $p_X(x)$ apresenta um pico dominante em valores próximos de $x=0$ então $S_x \ll 1$.

A forma de $p_X(x)$ também significa que $|x(t)| \ll 1$ a maior parte do tempo. Assim, faz todo o sentido ter intervalos de quantificação não uniformes, intervalos de quantificação mais largos para amostras que ocorrem em intervalos de menor probabilidade e intervalos de menor comprimento no caso contrário.

O ruído de quantificação calcula-se do seguinte modo.

Considera-se que o valor amostrado $x_a = x(kT_s)$ no intervalo $\Delta_i = b_i - a_i$, cujo nível de quantificação é x_i . O erro de quantificação é então:

$$\varepsilon_i = x_i - x_a \quad (2.6)$$

A potência do erro de quantificação no intervalo $a_i < x < b_i$, é então:

$$\overline{\varepsilon_i^2} = \int_{a_i}^{b_i} (x_i - x_a)^2 p_X(x) dx \quad (2.7)$$

2.5 O ruído total de quantificação é a soma dos ruídos de cada intervalo

$$\sigma_q^2 = 2 \sum_{i=1}^{q/2} \overline{\varepsilon_i^2} \quad (2.8)$$

Normalmente $q \gg 1$ e o intervalo de quantificação $\Delta_i = b_i - a_i$ é tão pequeno que $p_X(x) \approx p_X(x_i)$, no intervalo de integração e x_i localiza-se grosseiramente a meio do intervalo. Nestas condições

$$\overline{\varepsilon_i^2} \approx p_X(x_i) \int_{x_i - \Delta_i/2}^{x_i + \Delta_i/2} (x_i - x)^2 dx = p_X(x_i) \frac{\Delta_i^3}{12} \quad (2.9)$$

e

$$\sigma_q^2 \approx \frac{1}{6} \sum_{i=1}^{q/2} p_X(x_i) \Delta_i^3 \quad (2.10)$$

Teoricamente poderíamos otimizar o desempenho de um sistema PCM encontrando os valores de x_i , a_i e b_i que minimizem o ruído de quantificação. Tal abordagem é possível, mas exige na prática que para determinado sinal com determinada função densidade probabilidade seja implementado em hardware um quantificador específico. Na prática é utilizada quantificação uniforme depois de o sinal ser submetido a uma operação de não-linear de compressão. As curvas características de compressão estão standardizadas e foram obtidas através de estudos experimentais realizados com sinais representativos.

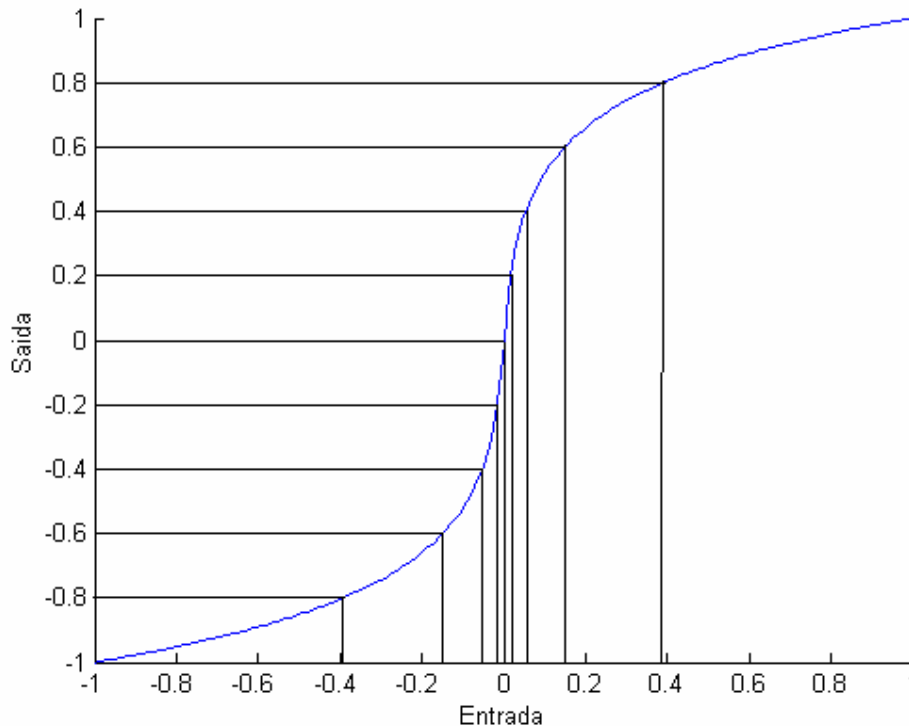


Figura 4: Compressor.

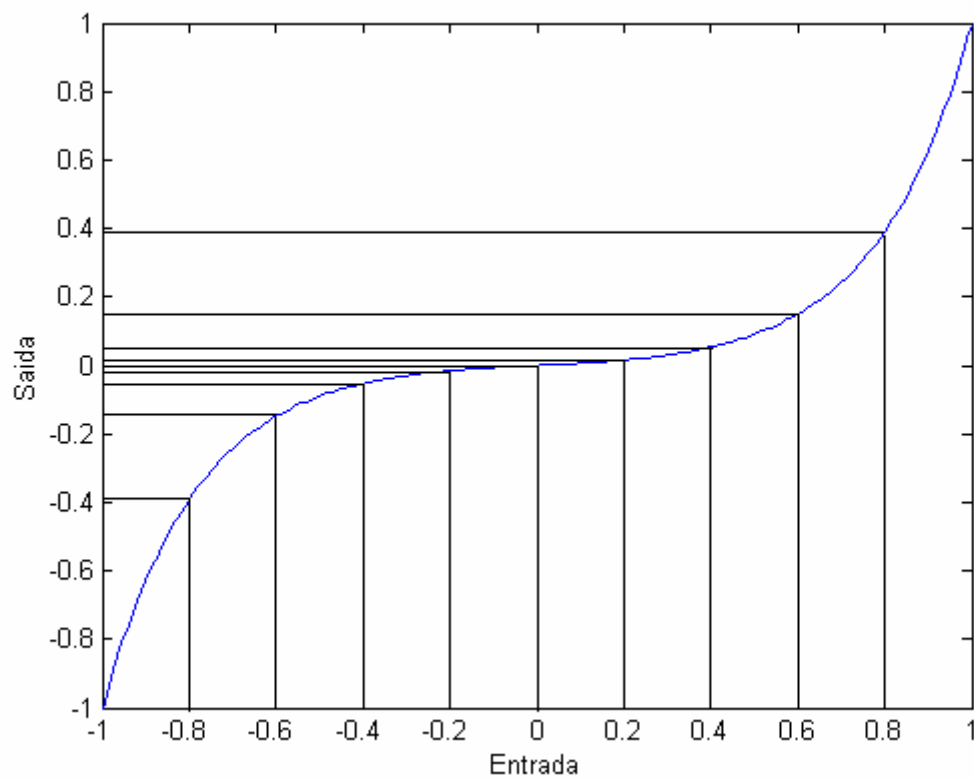


Figura 5: Expandor.

Na prática são frequentes dois tipos de curvas de compressão:

- A curva de compressão μ , adoptada nos Estados Unidos, Canadá e no Japão:

$$y = \frac{\log(1 + \mu x)}{\log(1 + x)} \quad (2.11)$$

Com $\mu=255$

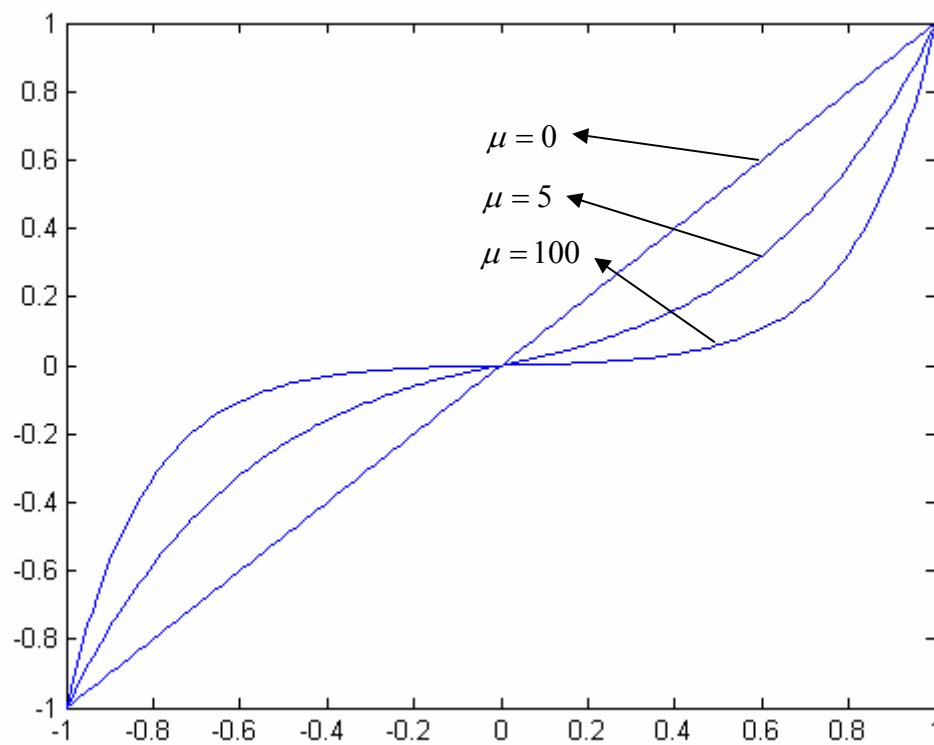


Figura 6: Lei de compressão μ .

- A curva A, utilizada na Europa:

$$y = \frac{ax}{1 + \log(a)} \text{ para } 0 \leq |x| \leq 1/a \quad (2.12)$$

$$y = \text{sign}(x) \frac{1 + \log(a|x|)}{1 + \log(a)} \text{ para } 1/a < |x| \leq 1$$

Com $a=87.6$

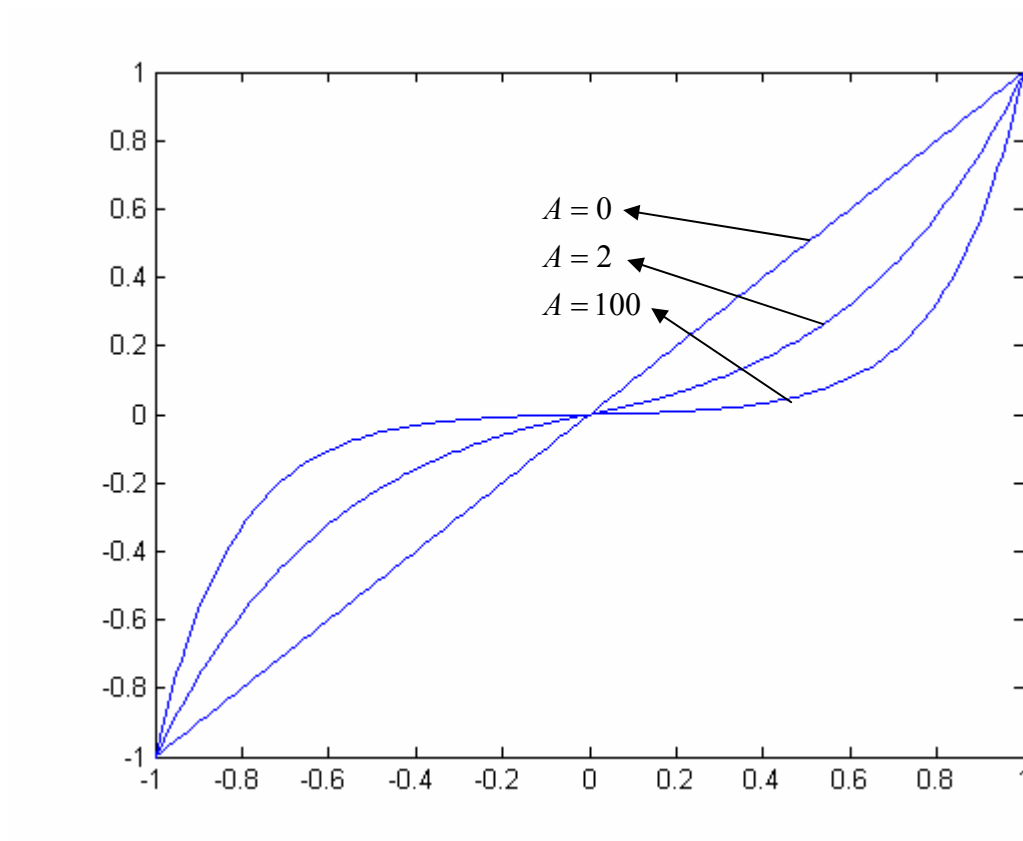


Figura 2.1 Lei de compressão A.

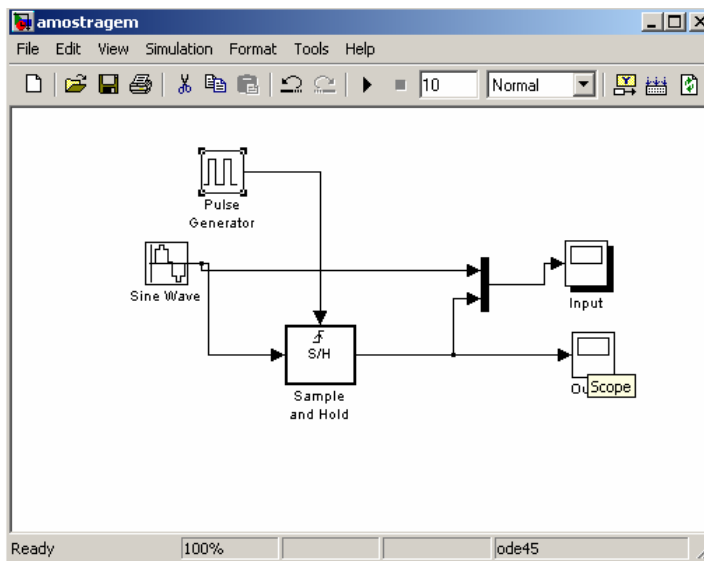
3 Experiências

Em primeiro lugar inicie o programa MATLAB e de seguida o programa SIMULINK, escrevendo o comando

```
>> simulink
```

3.1 Amostragem

Abra o programa *amostragem*



- Explique o funcionamento do programa. Não se esqueça de mencionar as características do sinal que está a ser amostrado (largura de banda do sinal) e se a amostragem está a ser efectuada de acordo com o critério de Nyquist.

3.2 Quantificação

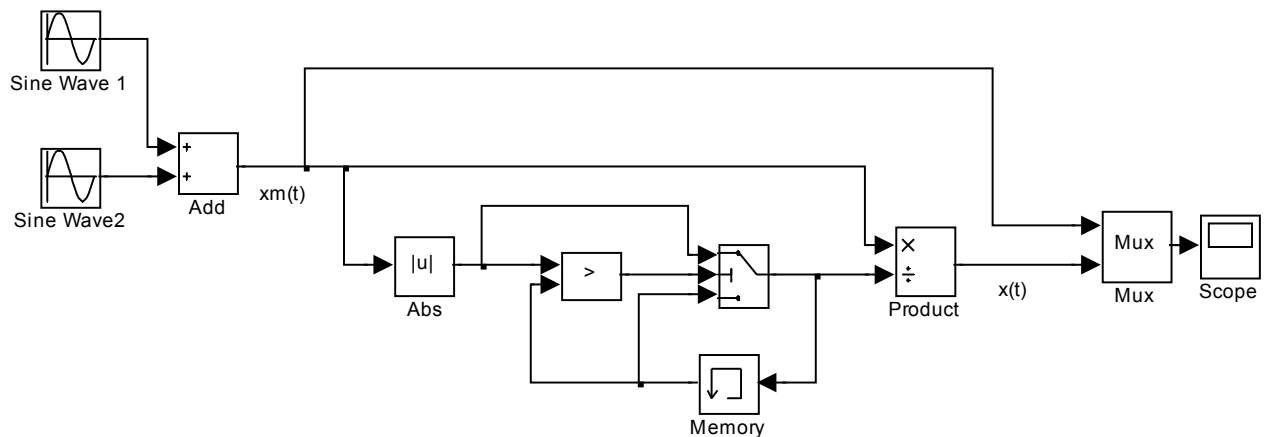
- Determine a característica entrada/saída de um quantificador uniforme de 2 bits/amostra com uma gama dinâmica de entrada de $[-1,1]$, indique os níveis de decisão e os respectivos níveis de quantificação.
- Abra o programa *quantif*. Explique e teste o seu funcionamento.
- Consider agora um quantificador de 5 bits/amostra. Qual é o valor do intervalo que quantificação. Quais são os níveis de quantificação.
- Deduza expressões que para um sinal normalizado $[1,1]$, que permitam formar os vectores cujos elementos correspondam aos níveis de decisão (*partition*) e de quantificação (*codebook*):

3.3 Distorção introduzida pela quantificação

Nesta secção irá utilizar um quantificador uniforme de 32 níveis.

- Numa nova janela Simulink, gere o sinal analógico $x_{in} = 3\cos(40\pi t) + 2\sin(240\pi t)$ considerando uma escala temporal de 0 a 100 ms com uma frequência de amostragem de 10 kHz.
- Altere os parâmetros do bloco quantificador de modo a que este tenha 32 níveis de quantização.

Nota: como o quantificador espera receber sinais de amplitudes não superiores a 1 V o sinal de entrada deste deverá ser normalizado em conformidade. Pode utilizar o seguinte normalizador:



Verifique que o sinal de saída, $x(t)$, se encontra normalizado.
Explique sucintamente o funcionamento do normalizador.

- De modo a simplificar a janela de simulação, é conveniente agrupar os blocos associados à mesma função num *subsistema*. Crie um subsistema designado por normalizer recorrendo seleccionando os blocos do normalizador e recorrendo ao menu: *Edit > Create Subsystem*.
- Visualise, no mesmo bloco de osciloscópio os sinais x e x_q (sinal quantificado) através da multiplexagem destes.
- Nota, com certeza, a existência do ruído de quantificação $eq = x - x_q$. Mesmo sem o representar sabe qual é o seu valor máximo? Compare o valor teórico com o valor simulado.
- E qual é a potência média teórica do ruído? Compare este valor com o que se obtém a partir do vector eq .
- Calcule a relação sinal-ruído de quantificação, compare com os valores simulados.

- g) O fenómeno de **clipping** que o sinal analógico sofre ocorre se a sua amplitude for excessiva. Para isso multiplique o sinal x por 2, por exemplo, e observe x e xq . Visualize o efeito da saturação.

3.4 Influência do número de níveis de quantificação

Vai agora vamos analisar a influência do número de níveis na quantificação. Para isso, considere quantificadores com $R = 2, 3, 4, 5, 6$ e 8 bits/amostra e use como sinal de entrada o sinal analógico normalizado x .

a) Sobreponha os gráficos de entrada-saída para cada valor de R e visualize o ruído de quantificação. Observe que, como esperava, este ruído diminui quando o número de níveis aumenta.

b) Observe o espectro de potências do sinal x e compare-o com os espectros dos sinais quantificados (use a função `psd()` para esse efeito). Repare que estes são tanto mais parecidos com o espectro original quanto mais níveis de quantificação forem usados. Efectue o esboço dos espectros de x e xq para $R = 2$ e $R = 8$.

c) Recorrendo ao Matlab preencha a tabela seguinte, onde S representa a potência média do sinal normalizado, e N_q a potência média do ruído. Comente os resultados.

Nº bits/amostra	S	N_q	$\left(\frac{S}{N_p}\right)_{Teorico}$ dB	$\left(\frac{S}{N_p}\right)_{Simulado}$ dB
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

3.5 Influência do número de níveis de quantificação

Adicione um quantificador não-uniforme com $L = 32$ níveis.

- a) Adicione os blocos **mu-law compressor** e **mu-law expander** ao diagrama de simulação anterior. O valor $\mu=0$ corresponde à quantificação uniforme. Utilize $\mu=255$.
- b) Compare os resultados obtidos na tabela do exercício anterior e comente.

3.6 Teste do quantificador

O objectivo deste exercício é o teste do trabalho que realizou, para isso necessita de um PC com som, caso não tenha um computador com essa facilidade deve de fazer o exercício e depois testar no PC do professor.

- a) Utilize um ficheiro de audio do tipo "speech.wav" e transfira-o para o workspace do Matlab através do comando `[x,fs,bits] = wavread('speech.wav')`.
- b) Quantifique uniformemente o sinal com 16 e 256 níveis.
- c) Quantifique o sinal com 16 e 256 níveis mas desta vez usando um compressor com a lei- A . Use $A = 20$ e $A = 87,6$.
- d) Representar graficamente o sinal original, o sinal quantificado e o erro de quantificação, em todas as situações anteriores.
- e) Obtenha um gráfico da relação sinal-ruído de quantificação, em dB, com e sem compressão, em função da razão entre a amplitude máxima do sinal a amostrar.
- f) Ouça o conteúdo dos ficheiros use a função Matlab `sound(x,fs,bits)` (veja o respectivo help).

3.7 Escrita do relatório

Elabore um relatório sucinto do trabalho realizado.