E.3 Instrumentos e técnicas de medida III

E.3.1 Preparação

1. Medida de diferenças de fase com o método directo

Para medir a diferença de fase entre dois sinais podemos utilizar o método de medida directa aplicando cada um dos sinais aos canais X e Y do osciloscópio. Ajusta-se a base de tempo de forma a que o meio período de um dos sinais preencha completamente o ecrã na horizontal. De forma a obter uma maior precisão na medida amplificam-se verticalmente os sinais de modo a obter uma interseção franca quase a 90 graus do traço luminoso com o eixo horizontal do tempo. Conta-se o número de quadriculas horizontais que separam os traços dos dois sinais. A diferença de fase obtem-se sabendo que o ecrã completo, i.e., dez quadriculas, corresponde a π e fazendo a proporção. O resultado é directamente obtido em radianos. Este método também pode ser utilizado para medir o atraso temporal entre os dois sinais. Em todas as medidas com o osciloscópio deveremos colocar-nos de modo a obter uma visão frontal do ecrã e nunca de lado, de forma a evitar erros de paralaxe nas medidas.

2. Medida de diferenças de fase com o método da elipse

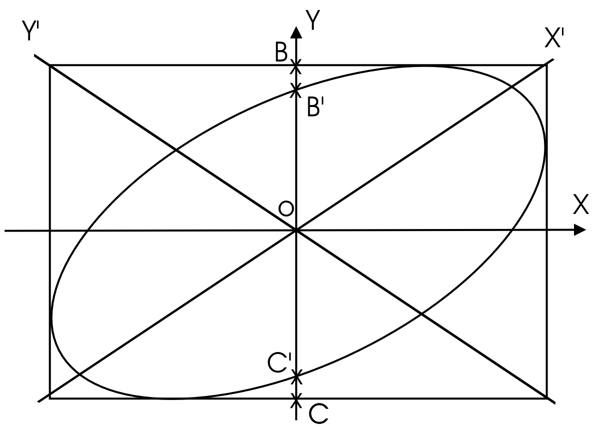

Figura E.11: método da elipse.

Consideremos dois sinais sinusoidais aplicados nos canais X e Y de um osciloscópio (eixos ortogonais OX e OY da figura E.11),

$$\begin{cases} x(t) &= A\cos\omega t \\ y(t) &= B\cos(\omega t - \phi) \end{cases}.$$

A composição destas duas equações obtem-se eliminando o tempo t entre elas, i.e., o ponto luminoso no ecrã vai ser desviado horizontal e verticalmente em simultâneo, formando assim uma figura parameterizada pela variável tempo.

a) comece por definir

$$x' = \frac{x}{A} = \cos\omega t$$

$$y' = \frac{y}{B} = \cos(\omega t - \phi) = x'\cos\phi + \sin\omega t \sin\phi,$$

e demonstre que

$$x'^2 + y'^2 - 2x'y'\cos\phi - \sin^2\phi = 0.$$

b) sabendo que a equação anterior é a equação de uma elipse rodada de $\pi/4$, faça uma mudança de variável

$$x' = x''\cos\frac{\pi}{4} - y''\sin\frac{\pi}{4} = \frac{x'' - y''}{\sqrt{2}}$$

$$y' = x''\sin\frac{\pi}{4} + y''\cos\frac{\pi}{4} = \frac{x'' + y''}{\sqrt{2}},$$

demonstre que

$$\frac{x''^2}{2\cos^2\frac{\phi}{2}} + \frac{y''^2}{2\sin^2\frac{\phi}{2}} = 1.$$

c) que é agora uma elipse segundo os eixos OX"/OY". Calcule os meios eixos segundo OX" e OY", respectivamente a e b. Demonstre que o valor do atraso ϕ entre as duas formas de onda se calcula como sendo

$$\tan\frac{\phi}{2} = \frac{b}{a}$$

E.3.2 Trabalho prático

1. Medida de frequência comparada: figuras de Lissajoux

Pretende-se determinar a frequência de um sinal de uma forma precisa e assim aplica-se o método dito de Lissajoux, que não é mais do que uma extensão do método da elipse a sinais de frequência diferente. Para efectuar esta medida é necessário possuir uma frequência de referência em relação à qual se efectua a medida. Para efectuar este trabalho será necessário o uso de dois geradores. Demonstra-se que a composição de duas vibrações sinusoidais de frequências F_x e F_y segundo dois eixos ortogonais resulta numa curva inscrita num rectângulo cujos lados são iguais às amplitudes das vibrações. Se a relação F_x/F_y for igual à relação entre dois números inteiros m/n (supostos primos), a curva de Lissajoux será fechada e terá exactamente m pontos de contacto com os lados verticais do rectângulo e n pontos de contacto com os lados horizontais. Se uma das frequências for conhecida com precisão, podemos determinar a outra também com grande precisão.

$$F_x = F_y \times \frac{\text{numero de pontos de contacto com os lados verticais}}{\text{numero de pontos de contacto com os lados horizontais}} \tag{4}$$

Se $F_x = F_y$ a curva é em geral uma elipse salvo no caso em que a diferença de fase entre os dois sinais é 0 ou π onde se obterá um recta na diagonal do rectângulo.

NOTA: a figura de Lissajoux será rigorosamente estável se os geradores estudados não tiverem nenhuma deriva em frequência.

Realize três figuras distintas e estáveis no ecrán. Desenhe e explique.

2. Medida de diferenças de fase

Realizar a montagem da figura E.12. Introduzir à entrada um sinal $V_e = 2.5\sin(12566t)$.

a) determinar o valor da diferença de fase utilizando o método de medida directa.

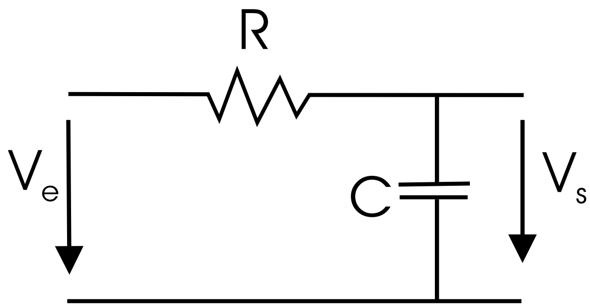

Figura E.12: $R = 1k\Omega$ e $C = 220nF$

b) empregar agora o método estudado na preparação fazendo uma elipse de Lissajoux. Calcular de novo ϕ.

c) medir a amplitude dos sinais de entrada e de saída. Fazer variar a frequência e observar a variação do sinal de saída em relação ao sinal de entrada tanto em amplitude como em diferença de fase. Colocar os valores de amplitude e fase numa tabela para vários valores da frequência. Conclusão.

NOTAS:

i) um método alternativo ao da preparação consiste em verificar nas equações que quando $x = 0$ temos $A\sin\omega t = 0$ o que implica que o segmento OB' na figura E.11 é $B\sin\omega t$ e como B=OB então

$$\sin\phi = \frac{\mathrm{OB'}}{\mathrm{OB}} = \frac{\mathrm{B'C'}}{\mathrm{BC}} \tag{5}$$

ii) se a elipse tem o seu eixo principal no segundo quadrante então

$$\phi \text{ (real)} = \pi - \phi \text{ (medido)} \tag{6}$$

iii) no método da elipse, a medida é facilitada se os dois sinais aplicados tiverem a mesma amplitude.

3. Medidas de sinais transitórios

Utilizar a mesma montagem da figura E.12 com C = 22 nF. Aplicar em V_e uma onda quadrada de frequência 500 Hz. Observar e desenhar o sinal V_s. Aumentar progressivamente a frequência até 50 kHz. Desenhar o sinal de saída para f=2, 5, 10, 20 e 50 kHz observado as amplitudes e formas relativas da entrada e saída. Conclusão.